1. Lyginiai.

1. Nustatykite, kurie iš lyginių teisingi $\forall n \in \mathbf{N}$:

1) $n^3 \equiv n(\bmod 3)$. taip

2) $n^3 + 3n \equiv 2(\bmod 5)$. ne

3) $n^4 \equiv 1(\bmod 5)$. ne

4) $2m^3 - 3m^2 = 1\,(\bmod 10)$. taip

2. Įrodykite:

1) $a - 5b \equiv 0(\bmod 19) \Longrightarrow 10a + 7b \equiv 0(\bmod 19)$.

2) $3^n \equiv -1(\bmod 10) \Longrightarrow 3^{n+4} \equiv -1(\bmod 10)$.

3) $(m+n)^p \equiv m^p + n^p(\bmod p)$, su pirminiu p ir su visais sveikaisiais m ir n .

3. Patikrinkite, ar šie skaičiai sudaro Pilnąją Liekanų Sistemą.

1) -8253, -178, 170, 393, 165, 2000, 847,1668 $(\bmod 8)$.

2) 90, 46, 38, -87, 4, -4, 996, 34, -892 $(\bmod 9)$.

4. Patikrinkite, ar šie skaičiai sudaro Redukuotąją Liekanų Sistemą.

1) 1585, -247, -133, -197 $(\bmod 8, \bmod 12)$.

2) -48, 16, 24, -3, 40, 55 $(\bmod 7, \bmod 16)$.

5.Raskite skaičiaus $N = (1^2+1)\,(2^2+1)\,(3^2+1)\cdots(1000^2+1)$ dalybos iš 3 liekaną.

6.Pasinaudoję lyginių savybėmis, raskite liekaną, kurią gautumėte aritmetinę išraišką dalydami iš skaičiaus m:

1)aritmetinė išraiška: $a^2b - c^3 + abcd$. Čia a, b, c, d - sveikieji skaičiai.

2)aritmetinė išraiška: $a^5bc + c^2d^3$.Čia a, b, c, d - sveikieji skaičiai.

7. *Dalumo požymiai.* Tegu
$n = (a_k a_{k-1} ... a_2 a_1 a_0)_{10} = a_k 10^k + \cdots + a_0$.
$Q_s(n) = \sum_{i=0}^{\infty} (a_{is+s-1} ... a_{is+1} a_{is})$,
tada $n = \sum_{i=0}^{\infty} (a_{is+s-1} ... a_{is+1} a_{is}) \cdot 10^{is}$
$Q'_s(n) = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i (a_{is+s-1} ... a_{is+1} a_{is})$.
1) Įrodyti:
Su visais $n \in \mathbf{N}, s \in \mathbf{N}$ teisinga
$n \equiv Q_s(n) \pmod{10^s - 1}$,
$n \equiv Q'_s(n) \pmod{10^s + 1}$.

2) Raskite dalumo požymius iš
i) 9,99,999; 11,101,1001.
ii) 7,13,37.
iii) 17,19.

8. Laipsnio $a^n \pmod m$ skaičiavimas, užrašant laipsnio rodiklį $n = \sum_i \alpha_i 2^i$.
1) Apskaičiuokite $7^{39} \pmod{41}$.