1. Poerdviai.

1. Raskite aritmetinės erdvės R^n bazės $u_1, u_2, ..., u_n$ keitimo baze $u_1', u_2', ..., u_n'$ matricą:

$$\begin{aligned} u_1 &= (1,2,1)\,, & u_1' &= (3,-1,-1)\,, \\ u_2 &= (-2,3,2)\,, & u_2' &= (0,-1,-4)\,, \\ u_3 &= (3,2,-1)\,, & u_3' &= (5,5,-3)\,. \end{aligned}$$

2. Žinodami aritmetinės erdvės R^n vektoriaus u koordinates bazėje u_1, u_2, u_3 apskaičiuokite jo koordinates bazėje u_1', u_2', u_3'

$$\begin{aligned} [u] = (1,2,-1)\,, \quad u_1' &= 2u_1 - u_2 + 2u_3, \\ . \qquad\qquad\qquad u_2' &= u_1 + u_3, \\ u_3' &= u_1 - 2u_2 + 2u_3. \end{aligned}$$

3. Raskite poerdvių $\langle u_1, u_2, ..., u_k\rangle$ ir $\langle u_1, u_2, ..., u_m\rangle$ sumos ir sankirtos dimensiją, kai:

$$\begin{aligned} u_1 &= (1,-1,0,2)\,, & u_1' &= (2,8,2,4)\,, \\ u_2 &= (2,3,1,4)\,, & u_2' &= (5,5,2,10)\,, \\ u_3 &= (0,5,1,0)\,, & u_3' &= (3,-3,0,6)\,. \end{aligned}$$

4. Raskite poerdvių $\langle u_1, u_2, ..., u_k\rangle$ ir $\langle u_1, u_2, ..., u_m\rangle$ sumos ir sankirtos bazes, kai:

$$\begin{aligned} u_1 &= (2,1,3,1)\,, & u_1' &= (1,-1,2,1)\,, \\ u_2 &= (-1,2,-4,2)\,, & u_2' &= (2,0,1,-3)\,, \\ u_3 &= (2,3,-1,0)\,, & u_3' &= (-1,0,2,-2)\,. \end{aligned}$$

5. Tegu poerdviai $U, V \subset R^n$ apibrėžti lygtimis $x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 0$ ir $x_1 = x_2 = \cdots = x_n = 0$ atitinkamai. Įrodykite, kad $R^n = U \oplus V$ ir raskite vienetinių vektorių projekcijas poerdviuose U (V atžvilgiu) ir V (U atžvilgiu).

6. Tegu ervėje R^4 duoti poerdviai

$U = \langle (1,1,1,1)\,;(-1,-2,0,1)\rangle$ ir $V = \langle (-1,-1,1,-1)\,;(2,2,0,1)\rangle$.

Įrodykite, kad $R^4 = U \oplus V$ ir raskite vektoriaus $(4,2,4,4)$ projekcijas poerdviuose U (V atžvilgiu) ir V (U atžvilgiu) .

7. Nurodykite kurią nors bazę faktorerdvėje R^4/V .

1) $V = \langle (1,1,1,1)\,;(1,2,3,4)\rangle$;

2) $V = \langle (1,-1,2,-1)\,;(1,0,0,1)\,;(1,1,1,1)\rangle$.

8. Tegu $f_1, f_2 \in K\,[x]$, $\text{BDD}(f_1, f_2) = 1$, o $\deg f_1 = m_1, \deg f_2 = m_2$. Įrodykite, kad

$$S = K_{m_1+m_2-1}\,[x] = S_1 \oplus S_2,$$

čia $S_i = \{f \in S \mid \text{ polinomas } f \text{ dalijasi iš } f_i\}$, $i = 1, 2$.