

1. Plokštumos vektorinėse erdvėse.

Tegu L yra vektorinės erdvės V poerdvis, o $x_0 \in V$. Vektorių aibė $P = x_0 + L$ vadinama *plokštuma* vektorinėje erdvėje V . Jeigu $\dim L = \dim V - 1$, tai ši plokštuma vadinama *hiperplokštuma*. Jeigu $\dim L = 1$, tai plokštuma vadinama *tiese*. Dvi plokštumos $P_1 = x_1 + L_1$ ir $P_2 = x_2 + L_2$ vadinamos lygiagrečiomis, jeigu arba $L_1 \subseteq L_2$, arba $L_2 \subseteq L_1$.

Teiginys 1. Jeigu $L = [u_1, u_2, \dots, u_k]$, tai

$$x \in x_0 + L \iff x = x_0 + t_1 u_1 + t_2 u_2 + \dots + t_k u_k.$$

Teiginys 2. Plokštumos $x_1 + U_1$ ir $x_2 + U_2$ sutampa tada ir tik tada, kada $U_1 = U_2$ ir $x_1 - x_2 \in U_1$.

Teiginys 3. Jeigu $V = U \oplus W$, tai plokštumų $x_0 + U$ ir $y_0 + W$ sankirtoje vienas vektorius $x_0 + u = y_0 + w$, čia $x_0 - y_0 = u + w, u \in U, w \in W$.

Teiginys 4. Plokštumos $x_0 + U$ ir $y_0 + W$ turi netušią sankirtą tada ir tik tada, kai $x_0 - y_0 \in U + W$.

Teiginys 5. Mažiausios plokštumos, turinčios dvi iš anksto duotas tieses, dimensija yra *nedidesnė* už 3.

Teiginys 6. Mažiausia plokštuma, turinti plokštumas $P_1 = x_0 + U$ ir $P_2 = y_0 + W$, tai plokštuma $P = x_0 + U + W + L$, čia $L = [y_0 - x_0]$ – tiesė.

$\dim P = \dim(U + W)$, jeigu $P_1 \cap P_2 \neq \emptyset$ ir $\dim P = \dim(U + W) + 1$, jeigu $P_1 \cap P_2 = \emptyset$.

Teiginys 7. Dviejų tiesių $T_1 = x_0 + U$ ir $T_2 = y_0 + W$ klasifikacija trimatėje erdvėje. Tegu P – mažiausia plokštuma, kurioje yra tiesės T_1 ir T_2 .

$\dim(U + W)$	$T_1 \cap T_2$	$\dim P$	<i>prasmė</i>
1	$\neq \emptyset$	1	tiesės sutampa
1	$= \emptyset$	2	tiesės lygiagrečios
2	$\neq \emptyset$	2	tiesės kertasi taške
2	$= \emptyset$	3	tiesės prasilenkiančios

1. Tegu $V = R_5$ - aritmetinė erdvė, o $P = x_0 + t_1 u_1 + t_2 u_2$ - plokštuma.

$$x_0 = (2, 3, -1, 1, 1), u_1 = (3, -1, 1, -1, 1), u_2 = (-1, 1, 1, 1, -1).$$

Ar vektoriai $v_1 = (1, 6, 4, 4, -2)$ ir $v_2 = (1, 6, 5, 4, -2)$ priklauso P ?

2. Kokia plokštumos $P = x_0 + L$ ir tiesės $x = x_1 + t q_1$ padėtis?

$$x_0 = (1, 0, 0, 1), L = [(5, 2, -3, 1), (4, 1, -1, 0), (-1, 2, -5, 3)].$$

a) $x_1 = (3, 1, -4, 1), q_1 = (-1, 1, 2, 1)$.

b) $x_1 = (3, 0, -4, 1), q_1 = (-1, 1, 2, 1)$.

c) $x_1 = (-2, 0, -1, 2), q_1 = (1, 1, -2, 1)$.

3. Įrodykite, kad tiesės $x = x_1 + tq_1$, $x = x_2 + tq_2$ kertasi.

$$x_1 = (9, 3, 6, 15, -3), q_1 = (7, -4, 11, 13, -5);$$

$$x_2 = (-7, 2, -6, -5, 3), q_2 = (2, 9, -10, -6, 4).$$

Raskite sankirtą. Raskite dvimatę plokštumą, kurioje yra šios tiesės.

4. Kokia plokštumų $P = x_0 + t_1u_1 + t_2u_2$, $Q = y_0 + t_1v_1 + t_2v_2$ padėtis?

$$x_0 = (3, 1, 2, 0, 1) \quad (7, -4, 0, 3, 2) \quad (2, -3, 1, 5, 0) \quad (-3, -2, 1, -1, 2)$$

$$y_0 = (1, 0, 1, 1, 0) \quad (6, -5, -1, 2, 3) \quad (0, -1, 0, 4, 1) \quad (-1, 0, 3, 3, 8)$$

$$u_1 = (2, -6, 3, 1, -6) \quad (-1, 1, 1, 1, 1) \quad (3, -2, 1, 0, 1) \quad (1, -1, 1, 1, 3)$$

$$u_2 = (-1, 1, -1, 0, 1) \quad (1, 1, -1, 1, 1) \quad (1, 2, 4, 0, -2) \quad (1, 1, -3, -3, 1)$$

$$v_1 = (0, 5, -2, -1, 6) \quad (1, -1, 1, 1, 1) \quad (-1, 5, -2, 0, 3) \quad (-1, 2, 1, 2, -2)$$

$$v_2 = (-1, 3, -1, -1, 2) \quad (1, 1, 1, -1, 1) \quad (6, 3, 4, 0, 3) \quad (0, 1, 2, 3, 1).$$

5. Atlikite tiesių $x_1 + P$ ir $x_2 + Q$ klasifikaciją erdvėje R^3 .

6. Atlikite plokštumų $x_1 + P$ ir $x_2 + Q$ klasifikaciją erdvėje R^5 .