

1. Kvadratinės formos Antrosios eilės paviršiai.

1. Apskaičiuokite kvadratinės formos f rangą:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3 - 2x_2x_3.$$

2. Raskite kvadretinių formų kanonines išraiškas ir užrašykite tiesinius kintamųjų keitinius, kuriuos atlikus, gautos tos išraiškos:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 5x_2^2 - 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 10x_2x_3.$$

3. Raskite kvadretinių formų normaliąsias išraiškas ir užrašykite tiesinius kintamųjų keitinius, kuriuos atlikus, gautos tos išraiškos:

$$f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3.$$

4. Ar kongruenčios šios kvadratinės formos:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 2x_2^2 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3,$$

$$g(y_1, y_2, y_3) = y_1^2 + 5y_2^2 + y_3^2 + 4y_1y_2 - 4y_1y_3 - 10y_2y_3.$$

5. Užrašykite tiesinį kintamųjų keitinį, kurį atlikus, iš kvadratinės formos f gaunama kvadratinė forma g .

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 5x_2^2 + 14x_3^2 - 2x_1x_2 - 4x_1x_3 + 8x_2x_3,$$

$$g(y_1, y_2, y_3) = 4y_1^2 + 5y_2^2 + 19y_3^2 + 4y_1y_2 + 12y_1y_3 - 6y_2y_3.$$

6. Su kuriomis parametro λ reikšmėmis šios kvadratinės formos yra teigiamai apibrėžtos:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + \lambda x_3^2 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3 + 6x_2x_3.$$

7. Raskite kvadratinės formos $f(x_1, \dots, x_n)$ diagonalinį pavidalą.

1) $x_1x_2 + x_2x_3, n = 3$;

2) $x_1x_2, n = 2$; 3) $x_1x_2 + x_3x_4, n = 4$; 4) $x_1x_2 + x_3x_4 + \dots + x_{2n-1}x_{2n}$;

3) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4$.

8. Raskite 2-osios eilės paviršiaus kanoninį pavidalą.

1) $f(x, y) = x^2 + y^2 + 3xy + x + 4y = 0$;

2) $f(x, y) = 9y^2 - 6xy + y^2 - x - 2y - 14 = 0$;

3) $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3 + 12x_1 - 8x_2 + x_3 + 6 = 0$;

4) $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3 + 10x_2 + 1 = 0$.