

# 1. Ortogonaliosios(unitariosios) matricos. Simetrinės(Ermito) matricos.

1. Normuokite duotąjį stulpelį ir gautą normuotą stulpelį papildykite iki ortogonaliosios matricos.

$$1) \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}; 2) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}; 3) \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}; 4) \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

2. Duota simetrinė matrica  $A$  :

i) Raskite matricos  $A$  charakteristinį polinomą  $\chi_A(t)$ .

ii) Raskite matricos  $A$  tikrines reikšmes  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ .

iii) Parašykite matricos  $A$  kanoninį diagonalinį pavidalą.

iv) Raskite matricos  $A$  tikrinius vektorius ir jų pagalba sudarykite tokią ortogonaliąją matricą  $C$  , kad

$$C^{-1}AC = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \cdots & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & \cdots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

$$1) A = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 6 & -2 \\ 16 & -5 & -14 \\ -2 & -14 & -14 \end{pmatrix}; 2) A = \begin{pmatrix} \frac{7}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & \frac{5}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & 2 \end{pmatrix};$$

$$3) A = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 14 & 2 & 14 \\ 2 & -1 & -16 \\ 14 & -16 & 5 \end{pmatrix}; 4) A = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 4 & 10 & -8 \\ 10 & 7 & -2 \\ -8 & -2 & -2 \end{pmatrix};$$

$$5) A = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 16 & -2 & 10 \\ -2 & 7 & -8 \\ 10 & -8 & 13 \end{pmatrix}; 6) A = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 10 & -2 & 16 \\ -2 & -5 & -14 \\ 16 & -14 & 4 \end{pmatrix}.$$

3. Žinoma, kad matrica su sveikaisiais koeficientais yra ortogonaliai tada ir tik tada, kada kiekvienoje eilutėje ir kiekviename stulpelyje yra tik po vieną nenulinį elementą, lygų  $\pm 1$ . Įrodykite, kad egzistuoja lygiai  $2^n n!$  ortogonalijų  $n$ -osios eilės matricų su sveikaisiais koeficientais.