

1. Tiesinių lygčių sistemų sprendimas Gauss'o metodu. Cramer'io formulės.

1. Išspręskite lygčių sistemas.

$$1) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = -4 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -2 \\ 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 7x_4 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 3 \end{cases} .$$

$$2) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 2 \\ 5x_1 + 2x_3 - 2x_4 = 3 \\ 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 6x_4 = 5 \end{cases} .$$

$$3) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 1 \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = 3 \end{cases} .$$

2. Raskite n -ojo laipsnio polinomą, jeigu

$$1) n = 3, \begin{array}{c|cccc} x & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline f(x) & -2 & -4 & -2 & 10 \end{array} .$$

$$2) n = 4, \begin{array}{c|ccccc} x & -2 & 1 & -3 & 2 & -1 \\ \hline f(x) & 10 & 4 & 60 & -10 & -4 \end{array} .$$

$$3) n = 5, f(2) = 5, f'(2) = 19, f^{(2)}(2) = 40, f^{(3)}(2) = 48, f^{(4)}(2) = 24.$$

$$4) n \leq 4, f(1) = -3, f'(1) = -3, f^{(2)}(1) = 12, f^{(3)}(1) = 42, f(-1) = 3.$$

$$5) n \leq 5, f(1) = -2, f'(1) = -7, f^{(2)}(1) = -14, f^{(3)}(1) = 24, f(2) = -4, f'(2) = 25.$$

3. Kiek sprendinių priklausomai nuo parametro λ turi tiesinių lygčių sistema. Išspręskite sistemą.

$$1) \begin{cases} \lambda x + y + z = 1 \\ x + \lambda y + z = 1 \\ x + y + \lambda z = 1 \end{cases} . 2) \begin{cases} \lambda x + y + z + t = 1 \\ x + \lambda y + z + t = 1 \\ x + y + \lambda z + t = 1 \\ x + y + z + \lambda t = 1 \end{cases} .$$

$$3) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 6x_1 + 9x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 7 \\ 8x_1 + 12x_2 + 7x_3 + \lambda x_4 = 9 \end{cases} .$$

$$4. \text{ Išspręskite sistemą } \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ \dots \\ x_{n-2} + x_{n-1} + x_n = 0 \\ x_{n-1} + x_n = 0 \end{cases} .$$

$$5. \text{ Išspręskite sistemą } \begin{cases} x_2 + x_3 + \dots + x_{n-1} + x_n = 0 \\ x_1 + x_3 + \dots + x_{n-1} + x_n = 1 \\ x_1 + x_2 + x_4 + \dots + x_{n-1} + x_n = 0 \\ \dots \\ x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{n-1} = 0 \end{cases} .$$

6. Su kuriomis λ reikšmėmis lygtis

$$\begin{cases} -\lambda x_1 + x_2 + \dots + x_n = 0 \\ x_1 - \lambda x_2 + \dots + x_n = 0 \\ \dots \\ x_1 + x_2 + \dots - \lambda x_n = 0 \end{cases}$$

turi nenulinį sprendinį?

7. Išspręskite sistemas pritaikę Cramer'io formules.

$$1) \begin{cases} 2x + y + z = 3 \\ x + 2y + z = 0 \\ x + y + 2z = 9 \end{cases} . 2) \begin{cases} x + y + z = 6 \\ -x + y + z = 0 \\ x - y + z = 2 \end{cases} .$$

$$3) \begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x + 2y + z = 2 \\ x + y - z = -1 \end{cases} \text{ mod } 5 . 4) \begin{cases} 3x + 2y + 5z = 1 \\ 2x + 5y + 3z = 1 \\ 5x + 3y + 2z = 4 \end{cases} \text{ mod } 17 .$$

8. Įrodykite, kad lygčių sistema

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

turi vieną sprendinį visais pirminių skaičių moduliais, išskyrus baigtinių jų skaičių. Išspręskite sistemą šiais moduliais.

9. Įrodykite, kad lygčių sistema

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 + x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

turi vieną sprendinį visais pirminių skaičių moduliais, išskyrus baigtinių jų skaičių. Išspręskite sistemą šiais moduliais.