

ALGEBROS EGZAMINAS(1997-1998 m.m., 2 semestras)

1.1 Kuri iš kvadratinių formų yra teigiamai apibrezta:

$$f_1(x_1, x_2) = 4x_1^2 + 8x_1x_2 + x_2^2;$$

$$f_2(x_1, x_2) = 4x_1^2 - 2x_1x_2 + 4x_2^2;$$

$$f_3(x_1, x_2) = 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_2^2.$$

1.2 Parašykite šios teigiamai apibreztos kvadratinės formos kanoninį pavidalą.

1.3 Užrašykite tiesinius kintamųjų keitinius, kuriuos atlikus, gaunamas šis kanoninis pavidalas.

2. Duota kvadratinė matrica $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$.

2.1. Raskite matricos B charakteristinį polinomą.

2.2. Raskite matricos B tikrines reikšmes.

2.3. Raskite matricos B Žordano formą.

3. Vektorinėje erdvėje \mathbf{R}^2 ortonormuokite vektorių sistemą $(2, 3), (-1, 2)$.

4. Raskite gretasienio su briaunomis $(1, 2 - \sqrt{3}), (-1, 2 + \sqrt{3})$ dvimatį tūrį.

5. Parašykite tiesinio operatoriaus(transformacijos), kurio matrica

$$\begin{pmatrix} i & -1 \\ 2 + i & -5i \end{pmatrix},$$
 jungtinio operatoriaus matricą.

6. Apskaičiuokite kampo tarp aritmetinės erdvės \mathbf{R}^4 vektorių $(1, -1, -1, 1)$ ir $(1, 0, 0, 1)$ didumą.

7.1. Raskite poerdvio U_1 , generuoto vektoriais $(2, 3, 0)$ ir $(1, 4, 0)$, ir poerdvio U_2 , generuoto vektoriumi $(3, 4, 0)$ sankirtos bazę.

7.2. Ar šių poerdvių U_1 ir U_2 suma $U_1 + U_2$ yra tiesiogine? Jeigu taip - kodėl? Jeigu ne - kodėl?

8. Išvardinkite tiesinių operatorių(transformacijų) $\mathcal{A} : \mathbf{C}^3 \rightarrow \mathbf{C}^3$, kurių tikrinės reikšmės yra realieji skaičiai 2 ir 3 , matricų Žordano bazėse galimus pavidalus.

9. Parašykite(arba nusakykite žodžiais) Cauchy nelygybę unitariose vektorinėse erdvėse.

10.1. Parašykite visus galimus tiesinių atvaizdžių $\mathcal{B} : \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}^3$ kanoninių matricų pavidalus.

10.2. Kiekvienu iš 10.1 atvejų raskite $\dim Ker \mathcal{B}$.