

ALGEBROS EGZAMINAS(1997-1998 m.m., 1 semestras)

1. Kuris iš lyginių turi sprendinį? Išspręskite šį lyginį.

A. $2x \equiv 7 \pmod{4}$.B. $2x \equiv 6 \pmod{5}$.C. $3x \equiv 7 \pmod{9}$.D. $3x \equiv 5 \pmod{12}$.

2. Kompleksinio skaičiaus $\sqrt{3} - i$ trigonometrinė išraiška yra

A. $2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$.B. $2 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$.C. $2 \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$.

D. $2 \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right)$.

3. Raskite matricos $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & -3 \\ 4 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ rangą.

4. Raskite homogeninės tiesinių lygčių sistemos, kurios matrica A iš 3., sprendinių vektorinės erdvės dimensiją.

5. Sudauginkite matricas: $B \cdot C$ ir $C \cdot B$, kur

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 3 & -3 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 & 4 \\ 4 & -2 & 7 & 3 \\ 1 & -1 & 5 & 2 \\ 5 & -4 & -1 & 7 \end{pmatrix}.$$

6. Raskite matricos $D = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$ atvirkštinę matricą.

7. Apskaičiuokite determinantą $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 0 & 11 \\ 1 & 1 & 0 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 5 \end{vmatrix}$.

8. Parašykite polinomo $f(x) = x^3$ skleidinio dvinariais $x - 2$ Teiloro formulę.

9. Raskite natūraliuosius n ir m , tenkinančius sistemą $\begin{cases} n + m = 180 \\ DBD(n, m) = 30 \end{cases}$

10. Neredukuojamų virš \mathbf{R} polinomų laipsnis gali būti (pabraukti):

0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; bet koks .

11. Vektorių sistema yra vektorinės erdvės bazė, jeigu ji yra (pabraukti):

- a) minimali tiesiškai nepriklausoma sistema;
- b) minimali tiesiškai priklausoma sistema;
- c) minimali generuojanti sistema;
- d) maksimali tiesiškai nepriklausoma sistema;
- e) maksimali tiesiškai priklausoma sistema;
- f) maksimali generuojanti sistema.

12. Kiek inversijų sudarys 10-os eilės kėlinyje 1, jei jis yra 4 vietoje (pabraukti):

1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 .

13. Matricų X , Y ir $X \cdot Y$ rangams visada galioja:

- A. $\text{rank} X \cdot Y = \text{rank} X + \text{rank} Y$.
- B. $\text{rank} X \cdot Y = \text{rank} X \cdot \text{rank} Y$.
- C. $\text{rank} X \cdot Y \geq \min(\text{rank} X, \text{rank} Y)$.
- D. $\text{rank} X \cdot Y \leq \max(\text{rank} X, \text{rank} Y)$.

14. n -ojo laipsnio polinomo virš kūno galimas šaknų skaičius visada yra :

- a) =1; b) ≥ 1 ; c) =2; d) ≥ 2 ; e) $\leq n$; f) = n ; g) $> n$.

ALGEBROS EGZAMINAS(1997-1998 m.m., 2 semestras)

1.1 Kuri iš kvadratinių formų yra teigiamai apibrezta:

$$f_1(x_1, x_2) = 4x_1^2 + 8x_1x_2 + x_2^2;$$

$$f_2(x_1, x_2) = 4x_1^2 - 2x_1x_2 + 4x_2^2;$$

$$f_3(x_1, x_2) = 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_2^2.$$

1.2 Parašykite šios teigiamai apibreztos kvadratinės formos kanoninį pavidalą.

1.3 Užrašykite tiesinius kintamųjų keitinius, kuriuos atlikus, gaunamas šis kanoninis pavidalas.

2. Duota kvadratinė matrica $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$.

2.1. Raskite matricos B charakteristinį polinomą.

2.2. Raskite matricos B tikrines reikšmes.

2.3. Raskite matricos B Žordano formą.

3. Vektorinėje erdvėje \mathbf{R}^2 ortonormuokite vektorių sistemą $(2, 3), (-1, 2)$.

4. Raskite gretasienio su briaunomis $(1, 2 - \sqrt{3}), (-1, 2 + \sqrt{3})$ dvimatį tūrį.

5. Parašykite tiesinio operatoriaus(transformacijos), kurio matrica

$$\begin{pmatrix} i & -1 \\ 2 + i & -5i \end{pmatrix},$$
 jungtinio operatoriaus matricą.

6. Apskaičiuokite kampo tarp aritmetinės erdvės \mathbf{R}^4 vektorių $(1, -1, -1, 1)$ ir $(1, 0, 0, 1)$ didumą.

7.1. Raskite poerdvio U_1 , generuoto vektoriais $(2, 3, 0)$ ir $(1, 4, 0)$, ir poerdvio U_2 , generuoto vektoriumi $(3, 4, 0)$ sankirtos bazę.

7.2. Ar šių poerdvių U_1 ir U_2 suma $U_1 + U_2$ yra tiesiogine? Jeigu taip - kodėl? Jeigu ne - kodėl?

8. Išvardinkite tiesinių operatorių(transformacijų) $\mathcal{A} : \mathbf{C}^3 \rightarrow \mathbf{C}^3$, kurių tikrinės reikšmės yra realieji skaičiai 2 ir 3 , matricų Žordano bazėse galimus pavidalus.

9. Parašykite(arba nusakykite žodžiais) Cauchy nelygybę unitariose vektorinėse erdvėse.

10.1. Parašykite visus galimus tiesinių atvaizdžių $\mathcal{B} : \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}^3$ kanoninių matricų pavidalus.

10.2. Kiekvienu iš 10.1 atvejų raskite $\dim \text{Ker} \mathcal{B}$.