

12 pratybos. *Tiesė erdvėje.*

Pagrindiniai geometriniai uždaviniai tiesei ir plokštumai erdvėje sprendžiami šiais paprasčiausiais geometriniais uždaviniais.

Tegu

$P_1(x_1, y_1, z_1), P(x_2, y_2, z_2), P(x_3, y_3, z_3)$ – trys taškai,

$t_1: \frac{x-x'}{k'} = \frac{y-y'}{l'} = \frac{z-z'}{m'}$ ir $t_2: \frac{x-x''}{k''} = \frac{y-y''}{l''} = \frac{z-z''}{m''}$ – dvi tiesės,
 $p: ax + yb + cz + d = 0$ – plokštuma.

Tada:

1) *tiesė, einanti per du taškus P_1, P_2 , yra*

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$$

2) *tiesė, einanti per tašką P_1 ir lygiagreti tiesei t_1 , yra*

$$\frac{x-x_1}{k'} = \frac{y-y_1}{l'} = \frac{z-z_1}{m'}$$

3) *tiesė, einanti per tašką P_1 ir statmena plokštumai p , yra*

$$\frac{x-x_1}{a} = \frac{y-y_1}{b} = \frac{z-z_1}{c}$$

4) *plokštuma, einanti per tris taškus P_1, P_2, P_3 , yra*

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

5) *plokštuma, einanti per per tašką P_1 ir lygiagreti plokštumai p , yra*

$$a(x-x_1) + b(y-y_1) + c(z-z_1) = 0$$

6) *plokštuma, einanti per per tašką P_1 ir statmena tiesei t_1 , yra*

$$k'(x-x_1) + l'(y-y_1) + m'(z-z_1) = 0$$

7) plokštuma, einanti per tašką P_1 ir lygiagreči dviems tiesėms t_1, t_2 , yra

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \end{vmatrix} = 0$$

Uždaviniai.

1. Raskite tiesės, einančios per taškus $A(-1, -3, 1)$ ir $B(2, 1, -4)$, ir plokštumos $x + 2y - z - 8 = 0$ susikirtimo tašką.

2. Raskite plokštumos, einančios per dvi lygiagrečias tieses $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ ir $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$, lygtį.

3. Raskite tiesės, einančios per tašką $A(-4, 3, 0)$ ir lygiagrečios tiesei

$$\begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}, \text{ lygtį.}$$

4. Nustatykite tiesės $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{3}$ ir plokštumos $3x - 3y + 2z - 5 = 0$ padėtį erdvėje.

5. Raskite taško $A(3, -5, -7)$ projekciją plokštumoje $x + 2y + 3z = 0$.

6. Įrodykite, kad keturkampis $A(-3, 5, 6) B(1, -5, 7) C(8, -3, -1) D(4, 7, -2)$ yra kvadratas.

7. Parašykite tiesės $\begin{cases} x - y - z - 1 = 0 \\ x + 5y + 2z + 11 = 0 \end{cases}$ kanoninę lygtį.

8. Nusakykite tiesių $\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + 2z = 0 \end{cases}$ ir $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 4 \end{cases}$ padėtį erdvėje.

9. Raskite tiesės, einančios per tašką $A(3, 5, 1)$ ir statmenos tiesei $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -3t \\ z = -3 \end{cases}$, lygtį.

10. Ar taškai $A(2, -1, -2)$, $B(1, 2, 1)$, $C(2, 3, 0)$, $D(5, 0, -6)$ yra vienoje plokštumoje?

11. Raskite kanoninę ir parametrinę tiesės $\begin{cases} 2x + y + z - 2 = 0 \\ 2x - y - 3z + 6 = 0 \end{cases}$ lygtis.

12. Ar taškai $A(1, -2, 1)$ ir $B(5, 4, -1)$ yra simetriniai tiesės $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$ atžvilgiu?

13. Parašykite kurios nors tiesės, esančios plokštumoje $x - y + 2z - 6 = 0$, bendrąją, kanoninę, parametrinę lygtis.

14. Raskite kurį nors vektorių, lygiagretų tiesei $\begin{cases} x + 2y + 3z - 4 = 0 \\ x + y + z + 1 = 0 \end{cases}$.

15. Duotos dvi prasilenkiančios tiesės

$$\begin{cases} 3x + 2y - 4z + 1 = 0 \\ 5x - y + 2z - 4 = 0 \end{cases} \quad \text{ir} \quad \begin{cases} 2x - 3y + z + 8 = 0 \\ 4x - 2y + 5 = 0 \end{cases}.$$

1) Raskite plokštumos, einančios per tašką $A(1, 2, 1)$ ir lygiagrečios šioms plokštumoms, lygtį.

2) Raskite mažiausią atstumą tarp šių tiesių.

3) Sudarykite bendro abiemis tiesėms statmens kanoninę lygtį.