

**11 pratybos.** *Plokštuma erdvėje.*

1. Nusakykite trijų plokštumų padėtį erdvėje.

1)  $x + y - z = 0$ ;  $2x - y + z - 3 = 0$ ;  $x - y - 2z + 1 = 0$ .

2)  $x + 2y + 3z - 1 = 0$ ;  $x + y + z + 1 = 0$ ;  $2x + 3y + 3z = 0$ .

3)  $x + 2y + 3z - 1 = 0$ ;  $x + y + z + 1 = 0$ ;  $2x + 3y + 4z + 5 = 0$ .

2. Raskite dvisienį kampą tarp plokštumų

$$x + y + z + 2 = 0$$

$$x - y + z + 4 = 0.$$

3. Raskite taško  $(2, 3, 1)$  atstumą iki plokštumos  $3x + 2y + z + 5 = 0$ .

4. Įsitikinę, kad plokštumos

$$x + y - 2y - 1 = 0$$

$$x + y - 2z + 3 = 0$$

yra lygiagrečios, raskite:

1) atstumą tarp duotų plokštumų

2) plokštumą, vienodai nutolusią nuo duotųjų plokštumų

3) plokštumas, nutolusias 5 vienetais nuo plokštumos.

5. Duotos dvi plokštumos:

$$6x - 2y - 3z - 1 = 0$$

$$8x - y + 4z + 5 = 0.$$

1) Įsitikinkite, kad plokštumos nėra lygiagrečios ir statmenos.

2) Raskite plokštumas, kurios duotųjų plokštumų sudaromus dvisienius kampus dalytų pusiau.

6. Kokios turi būti  $a$  ir  $b$  parametų reikšmės, kad plokštumos

$$x + 2y + 3z - 1 = 0$$

$$2x - 4y - 6z - 5 = 0$$

$$3x + ay - z - b = 0$$

- 1) turėtų tiktai vieną bendrą tašką
- 2) eitų per vieną tiesę
- 3) poromis kirsdamosi sudarytų tris lygiagrečias tieses.

7. Sudarykite lygtis plokštumų:

- 1) eina per tašką  $A(2, 1, -1)$  ir stamena vektoriui  $\mathbf{n} = (1, -2, 3)$ ;
- 2) eina per tris taškus  $A(3, 3, -1)$ ,  $B(-3, 1, 4)$ ,  $C(-1, -1, 1)$ ;
- 3) eina per tašką  $A(-2, 4, 3)$  ir lygiagrečiai plokštumai  $x - 4y + 5z - 1 = 0$ ;
- 4) eina per tašką  $A(0, -5, 1)$  ir stamena susikertančiom plokštumoms  $3x - y + z = 0$  ir  $2x + 3y + z - 3 = 0$ .

*Papildomi uždaviniai.*

1. Parašykite plokštumos, kuri yra simetrijos plokštuma taškams  $(x_1, y_1, z_1)$  ir  $(x_2, y_2, z_2)$ , lygtį.
2. Raskite geometrinę vietą taškų, tenkinančių lygtį

$$(ax + by + cz + d)^2 - (a'x + b'y + c'z + d')^2 = 0.$$

3. Įrodykite, kad trys plokštumos

$$\begin{aligned} ax + by + cz + d &= 0 \\ a'x + b'y + c'z + d' &= 0 \\ \lambda(ax + by + cz) + \mu(a'x + b'y + c'z) + k &= 0 \end{aligned}$$

čia  $k \neq \lambda d + \mu d'$ , neturi bendrų taškų.

4. Raskite sąlygas, kada plokštuma

$$ax + by + cz + d = 0$$

kerta teigiamą  $Ox$  pusašę ( $Oy, Oz$ ).

5. Raskite plokštumos

$$ax + by + d = 0$$

atstumą iki  $Oz$  ašies.

6. Raskite plokštumų, lygiagrečių plokštumai

$$ax + by + cz + d = 0$$

ir nutolusių atstumu  $D$  iki šios plokštumos, lygtis.  
7. Raskite kampus tarp plokštumos

$$ax + by + cz + d = 0$$

ir koordinatinių ašių  $Ox, Oy, Oz$ .

8. Raskite kampą tarp plokštumos

$$z = ax + by + d$$

ir  $xy$ - plokštumos.

9. Tegu  $F$  yra figūra plokštumoje

$$z = ax + by + d,$$

o  $F'$  šios figūros projekcija  $xy$ - plokštumoje. Tegu  $S(F)$  ir  $S(F')$  šių figūrų plotai. Įrodykite, kad

$$S(F) = \sqrt{1 + a^2 + b^2} S(F').$$

10. Raskite sąlygas, kada plokštuma

$$ax + by + cz + d = 0$$

sudaro su  $Ox$  ir  $Oy$  vienodus kampus. Kada ši plokštuma sudaro vienodus kampus su visomis koordinatinėmis ašimis?

11. Įrodykite, kad plokštumos, einančios per tašką  $(x_0, y_0, z_0)$  ir lygiagrečios plokštumai

$$ax + by + cz + d = 0$$

lygtis yra

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0.$$

12. Įrodykite, kad plokštumos, einančios per tašką  $(x_0, y_0, z_0)$  ir statmenos plokštumoms

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y + c_1z + d_1 &= 0 \\ a_2x + b_2y + c_2z + d_2 &= 0 \end{aligned}$$

lygtis yra

$$\begin{aligned} &(x - x_0, y - y_0, z - z_0) \cdot ((a_1, b_1, c_1) \times (a_2, b_2, c_2)) \\ &= \begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 0. \end{aligned}$$