

8 pratybos .Kompleksiniai skaičiai.

1. Atlikite veiksmus :

$$1) \frac{(2-i)^4 + 1 + 6i}{(1-i)^3} \quad 2) \frac{(2-i)^3 + (4-i)^3}{(1+2i)^2} .$$

3) Apskaičiuokite skaičiaus $-5 + 5i$, išreikšto trigonometriniu forma, kvadratą.

4) Parašykite kompleksinį skaičių $z = \frac{(1-i)(2-i)}{1+2i}$ algebrine forma $x + iy$,

čia $x, y \in \mathbf{R}$. raskite z^{12} .

5) Raskite $z + z^{-1}$ realiąją ir menamąją dalis, jei $z = 3 + 2i$.

6) Parašykite $1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{99}$ algebrine forma $x + iy$, $x, y \in \mathbf{R}$.

2. Ištraukite kvadratinę šaknį .

$$1) \sqrt{16 + 30i} \quad 2) \sqrt{9 - 40i} .$$

3. Išspręskite lygtis.

$$1) (2-2i)x^2 - (6+6i)x - 5 + 5i = 0 \quad 2) 2ix^2 - (8+2i)x + (4-7i) = 0 .$$

$$3) 3z\bar{z} + z - 2\bar{z} = 5 - 3i \quad 4) z\bar{z} + 2\bar{z} - z = 6 - 6i .$$

5) $z + 3\bar{z} = 3i$. Raskite z^{12} .

4. Raskite kompleksiniams skaičiams z atitinkančių geometrinę vietą .

$$1) |z + 1 - i| \geq 1 \quad 2) |z - 1 - 2i| < 2.$$

$$3) |z + 2 - i| = |z - 1 + 3i| \quad 4) |z - i| \geq |z - 1 + 2i| .$$

$$5) |z + i| > 1, \operatorname{Re} z < 2, \operatorname{Im} z \geq 3 \quad 6) |z + 2i| = |2iz - 1| .$$

$$7) \log_{\sqrt{3}} \frac{|z|^2 - |z| + 1}{2 + |z|} < 2 \quad 8) \log_{\frac{1}{3}} \frac{|z|^2 + |z| + 39}{1 + 2|z|} > -2 .$$

$$9) \frac{|z + 2i|}{|z - 2i|} = \lambda, \text{ kai } \lambda = \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{4}{1}, \frac{8}{3}, \frac{2}{1}, \frac{8}{5}.$$

$$10) |z - 1 - i| = 2|z - 5 - 2i| \quad 11) |z - i| = \sqrt{2} \cdot |\bar{z} - i| .$$

5. Apskaičiuokite.

$$1) \left(\frac{i\sqrt{3} - 1}{2} \right)^9 \quad 2) \left(\frac{-1 - i\sqrt{3}}{2} \right)^9 .$$

$$3) \frac{(1 + i\sqrt{3})(\cos 4\varphi + i \sin 4\varphi)}{\cos 2\varphi - i \sin 2\varphi} .$$

$$4) \frac{(1+i)^{20}}{(1-i\sqrt{3})^{10}} \quad 5) \sqrt[4]{\frac{(\sqrt{3}-i)^5}{(1+i)^{10}}} .$$

6. Išreikšti funkcija $\cos 5x, \cos 8x, \sin 6x, \sin 7x$ funkcijomis $\cos x$ ir $\sin x$.
7. Išreikšti $\operatorname{tg} 6\varphi$ funkcija $\operatorname{tg}\varphi$.
8. Išreikšti funkcijas $\cos nx, \sin nx$ funkcijomis $\sin x, \cos x$.
9. Išreikšti funkcijas $\sin^3 x, \sin^4 x, \cos^5 x, \cos^6 x, \sin^3 x \cos^5 x$ funkcijomis $\sin nx, \cos mx$.

10. Raskite matricai $\begin{pmatrix} 2+i & -1+2i & 2 \\ 1+i & -1+i & 1 \\ 1+2i & -2+i & 1+i \end{pmatrix}$ laiptuotą matricą.