

Algebras ir geometrijos pratybos. Informatika.2002 ruduo. Rimantas Grigutis

2 Pratybos. Dekarto koordinacių sistema. Tiesės lygtis plokštumoje. Dviejų tiesių susikirtimo taškai. 2-os eilės determinantai. Kramerio formulė

1. Įrodykite, kad trikampio $A(x_1, y_1) B(x_2, y_2) C(x_3, y_3)$ ploto formulė yra

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \det \begin{pmatrix} y_3 - y_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & x_2 - x_1 \end{pmatrix}.$$

2. Plokštumoje xy pavaizduokite aibę taškų, išreikštų lygybėmis ir nelygybėmis:

- 1) $|x| = a$
- 2) $|x| = |y|$.
- 3) $|x| < a$.
- 4) $|x| < a, |y| < b$.
- 5) $x - y \leq 1$.
- 6) $\begin{cases} y - 2x < 2 \\ y > x + 1 \end{cases}$.
- 7) $|x| + |y| < 1$.
- 8) $|x + y| + |x - y| \leq 2$.

3. Su kuriomis m reikšmėmis tiesių $y = \sqrt{3}x$ ir $y = x + \sqrt{m^2 + 1}$ susikirtimo taško koordinatės yra

- a) racionaliosios;
- b) iracionaliosios.

4. Su kuriomis a ir b reikšmėmis tiesė $ax + by = a + b$ turi bendrą tašką tik su viena koordinacių sistemos ašimi.

5. Įrodykite, kad tiesės $A(x_1, y_1) B(x_2, y_2)$ lygtis yra

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}.$$

6. Raskite apskritimo, apibrėžto apie trikampį $A(x_1, y_1) B(x_2, y_2) C(x_3, y_3)$, centro koordinatės.

7. Raskite x ašies taškų, vienodai nutolusių iki duotų taškų $A(x_1, y_1) B(x_2, y_2)$, koordinatės. Išnagrinėkite atvejį, kai $A = (0, a)$ ir $B = (0, b)$.

8. Tegu taškai A ir B yra pokštumos xy x - o ašyje ir koordinacių pradžios taškas yra atkarpos AB vidurio taškas. Raskite geometrinę vietą plokštumos xy taškų, kurių atstumų iki taškų A ir B santykis k yra vienodas ir $k \neq 1$. Galima nagrinėti atskirus atvejus.

9. Patikrinkite, kad taškai, kurių atstumų iki dviejų pastovių taškų kvadratų skirtumas yra pastovus skaičius, yra vienoje tiesėje. Galima nagrinėti atskirus atvejus.

10. Raskite tiesių susikirtimo taškus:

- 1) $3x + 4y - 5 = 0$ ir $2x - 6y + 7 = 0$.
- 2) $3x - 5y + 4 = 0$ ir $6x - 10y + 7 = 0$.
- 3) $2x + 8y - 5 = 0$ ir $3x + 12y - 7,5 = 0$.

11. Sudarykite plokštumos taškų, vienodai nutolusių nuo taškų A ir B , aibės lygtį:

- 1) $A(-2, 1); B(5, 0)$. 2) $A(-2, 2); B(4, 1)$. 3) $A(-2, 0); B(5, 2)$.
- 4) $A(-3, 1); B(5, 0)$. 5) $A(-2, 10); B(4, 0)$.

12. Apskaičiuokite 2-osios eilės determinantus:

- 1) $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & -8 \end{vmatrix}$. 2) $\begin{vmatrix} 169 & -26 \\ 13 & 1 \end{vmatrix}$. 3) $\begin{vmatrix} 256 & 80 \\ 48 & 9 \end{vmatrix}$. 4) $\begin{vmatrix} 10 & 135 \\ -4 & 256 \end{vmatrix}$.
- 5) $\begin{vmatrix} 5 & 125 \\ 25 & -1 \end{vmatrix}$. 6) $\begin{vmatrix} -8 & 128 \\ 3 & 729 \end{vmatrix}$.

13. Išspręskite lygtis:

- 1) $\begin{vmatrix} x & x-4 \\ 2 & x+5 \end{vmatrix} = 8$. 2) $\begin{vmatrix} 2x & x \\ 7+x & 3 \end{vmatrix} = -6$. 3) $\begin{vmatrix} 4-x^2 & -2x \\ 3+2x & 5 \end{vmatrix} = 10x+15$.
- 4) $\begin{vmatrix} 2x+5 & x^2-2 \\ x+2 & 4 \end{vmatrix} = -x^2-2x+24$. 5) $\begin{vmatrix} 5x-3 & x-5 \\ 4x^2-7 & x^2+4 \end{vmatrix} = 14x^2+45x-47$.
- 6) $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 3x & x-4 \end{vmatrix} = 3-12x$.

14. Išspręskite nelygybes:

$$1) \begin{vmatrix} x & -5 \\ 3x & -x \end{vmatrix} < 0. \quad 2) \begin{vmatrix} x+1 & x \\ x-1 & x+1 \end{vmatrix} > 0.$$

$$3) \begin{vmatrix} 4x & -3x^2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} < 7. \quad 4) \begin{vmatrix} x^2-1 & x \\ 1 & -2 \end{vmatrix} < 3.$$

15. Išspręskite lygčių sistemas Kramerio formulėmis:

$$1) \begin{cases} 5x - 3y = 10 \\ 4x + y = -9 \end{cases} \cdot 2) \begin{cases} 5x - 36y = -15 \\ 35x + 8y = 90 \end{cases} \cdot 3) \begin{cases} 3x - 4y = 3 \\ x + 5y = -2 \end{cases} \cdot$$

$$4) \begin{cases} 6x + 5y = -3 \\ 11x - 4y = 7 \end{cases} \cdot 5) \begin{cases} 5x + 4y = 9 \\ 4x - 6y = 3 \end{cases} \cdot$$