

**1 Pratybos. Teiginiai ir įrodymai.**

Dauguma šių pratybų uždavinių yra iš

[Skrabutėnas-Survila, *Algebras ir skaičių teorijos uždavinynas*.V.:Mokslas,1995] = [S-S].

1. Suformuluokite pateiktųjų teiginių neiginius. Nustatykite tų teiginių ir jų neiginių teisingumo reikšmes.

1.1. Lygtis  $2x^2 \Leftrightarrow 4x + 2 = 0$  turi sprendinį.

1.2. Lygtis  $ax^2 \Leftrightarrow 4x + 2 = 0$  turi sprendinį.

1.3. Trikampis  $ABC$ , kurio viršūnės - taškai  $A(1, 1), B(3, 1), C(1, \Leftrightarrow 1)$ , yra status.

1.4. Trikampis  $ABC$ , kurio viršūnės - taškai  $A(1, 1), B(x, y), C(1, \Leftrightarrow 1)$ , yra status.

1.5. Apie kiekvieną trikampį galima apibrėžti apskritimą.

1.6. Apie kiekvieną keturkampį galima apibrėžti apskritimą.

1.7. Yra toks realusis skaičius  $\alpha$ , su kuriuo  $\cos(\pi \Leftrightarrow \alpha) = \sin(\pi + \alpha)$ .

1.8. Egzistuoja tokie realieji skaičiai  $a$  ir  $b$ , su kuriais  $(a \Leftrightarrow b)^2 = a^2 \Leftrightarrow b^2$ .

1.9. Nėra tokios kvadratinės lygties, kurios sprendinių suma būtų lygi jų sandagai.

1.10. Visada atsiras toks trikampis, kurio dvi kraštinės lygios 3 ir 5 cm, o plotas lygus  $7,6 \text{ cm}^2$ .

Kiti pratimai iš [S-S] 1.7 (7 psl.)

2. Duoti teiginiai  $P$  ir  $Q$ . Sudarykite ir suformuluokite žodžiais teiginius  $P \vee Q, P \wedge Q, P \Rightarrow Q, Q \Rightarrow P, P \Leftrightarrow Q$ . Nustatykite teiginių  $P$  ir  $Q$  bei iš jų sudarytų teiginių teisingumo reikšmes.

2.1.  $P = \{11 \text{ yra pirminis skaičius}\}; Q = \{2^4 > 4^2\}$ .

2.2.  $P = \{237 \text{ dalijasi iš } 3\}; Q = \{540 \text{ dalijasi iš } 9\}$ .

Kiti pratimai iš [S-S] 1.9 (8 psl.)

3. [S-S] 2.4 (11 psl).

4. [S-S] 2.5 (11 psl).

5. [S-S] 2.6 (13 psl).

6. Įrodykite (a) tiesiogiai ir (b) prieštaros būdu teiginį: Jeigu  $n$  yra nelyginis sveikas skaičius, tai ir  $n + 2$  irgi yra nelyginis sveikas skaičius.

7. Įrodykite: Tegu  $n \Leftrightarrow$  sveikasis skaičius. Skaičius  $n^2$  yra lyginis tada ir tik tada, kai  $n$  yra lyginis.

8. Įrodykite nagrinėdami atvejus: Bet kokio sveikojo skaičiaus kvadrato dalybos iš 3 liekana yra arba 0, arba 1.

9.1 Paneikite teiginį, pateikdami kontrpavyzdį: Jei  $k$  nedalus iš 5 teigiamas sveikas skaičius, tai  $12k + 5$  yra pirminis.

9.2. Įrodykite: Jei  $k$  nedalus iš 5 teigiamas sveikas skaičius, tai yra *be galo daug sudėtinių* pavidalo  $12k + 5$  skaičių.

10. Įrodykite arba paneikite:

10.1. Dviejų racionaliųjų skaičių suma yra racionalusis skaičius.

10.2. Racionaliojo ir iracionaliojo skaičių suma yra iracionalusis skaičius.

10.3. Dviejų iracionaliųjų skaičių suma yra iracionalusis skaičius.

10.4. Dviejų iracionaliųjų skaičių sandauga yra iracionalusis skaičius.

11. Įrodykite, kad  $\sqrt{6}$  yra iracionalusis skaičius.

12. Realųjį skaičių  $r$  vadinsime *artimu racionaliam* (*sensible*) skaičiumi, jei egzistuoja tokie sveikieji  $a$  ir  $b$ , kad

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = r.$$

12.1. Įrodykite, kad racionalus skaičius yra artimas racionaliam skaičius.

12.2. Pateikite iracionalaus artimo racionaliam skaičiaus pavyzdį.

12.3. Įrodykite, kad  $\sqrt[3]{2}$  ir  $\sqrt[4]{2}$  nėra artimi racionaliam skaičiai.

13. Paneikite: Su visais natūraliaisiais  $n > 1$ , skaičiaus  $n^3$  dešimtainėje išraiškoje yra lyginis skaitmuo.