Polinis operatoriaus skaidinys.

Tegu operatoriaus $\mathcal{A}$ matrica $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

1. $A^*A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ yra savijungis operatorius, kurio

tikrinės reikšmės: 2 ir 8,

tikriniai vektoriai :

$$\left[2 \leftrightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}\right], \left[8 \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}\right].$$

2. Ortonormuota tikrinių vektorių bazė yra:

$$e_1 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

ir bazių keitimo matrica yra

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}.$$

3.Operatoriaus $\mathcal{A}$ matrica bazėje e_1, e_2 yra

$$A_1 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Operatoriaus $\mathcal{B}$, kuriam $\mathcal{A} = \mathcal{B}^2$, matrica yra $B = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 0 & \sqrt{8} \end{pmatrix}$ – teigiamai apibrėžta matrica.

5. Unitaraus operatoriaus matrica $U = A_1 B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 0 & \sqrt{8} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ -\frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \end{pmatrix}$,

tikrinės reikšmės: $\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}i\sqrt{2}, \frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{2}i\sqrt{2}$

6. Polinis matricos skaidinys yra

$$A_1 = UB = \left(A_1 B^{-1}\right) B.$$