

ALGEBROS KONTROLINIS DARBAS 2, 2001 05 08, Rimantas Grigutis

1.1. Irodykite, kad aritmetinės erdvės  $\mathbf{R}^4$  vektorių sistema  $u_1 = (2, 1, 0, 1)$ ;  $u_2 = (1, -2, 1, 3)$ ;  $u_3 = (3, 4, -1, 2)$  yra tiesiskai nepriklausoma ir apskaičiuokite šių vektorių tiesinę kombinaciją  $u = 2u_1 - 5u_2 + 4u_3$ .

1.2. Raskite vektorių  $(1, 4, -7, 3)$ ;  $(-3, 10, -9, -7)$ ;  $(2, -3, 1, 5)$ ;  $(0, 11, -15, 1)$  tiesinio apvalkalo bazę ir dimensiją,

1.3. Papildykite sistemą  $(0, 0, 1, 1, 1)$ ,  $(1, 2, 1, 2, 0)$  iki bazės aritmetinėje erdvėje virš  $GF(3)$ ;

1.4. Raskite aritmetinės erdvės  $\mathbf{R}^3$  bazės  $(1, 2, 1)$ ,  $(-2, 3, 2)$ ,  $(3, 2, -1)$  keitimo baze  $(3, -1, -1)$ ,  $(0, -1, -4)$ ,  $(5, 5, -3)$  matricą.

2.1 Ne aukštesnio kaip 5-ojo laipsnio polinomų erdvėje  $\mathbf{R}_5[t]$  raskite polinomą  $f(t) = t^5 - t^4 + t^3 - t^2 - t + 1$  koordinates bazėse  $1 + t^3, t + t^3, t^2 + t^3, t^3, t^4 + t^3, t^5 + t^3$ .

2.2. Tegu  $S$  yra begalinių sekų  $x = (a_1, a_2, \dots)$  vektorinė erdvė ir  $F \subset S$ ,  $a_k = a_{k-1} + a_{k-2}$ ,  $k = 3, 4, \dots$ . Raskite  $\dim F$ . Raskite  $F$  baze.

2.3.  $V \subset \mathbf{R}^n$ :  $(a_1, \dots, a_n) \in V \iff a_1 + \dots + a_n = 0$ . Raskite  $\dim V$  ir  $V$  bazę

2.4. Raskite tiesinę homogeninę lygčių sistemą, kurios fundamentalioji sprendinių sistema yra:  $(2, 1, 0, 1)$ ,  $(1, -2, 1, 3)$ ,  $(3, 4, -1, 2)$

3.1. Raskite poerdvį  $\langle (1, -1, 0, 2), (2, 3, 1, 4), (0, 5, 1, 0) \rangle$  ir

$\langle (2, 8, 2, 4), (5, 5, 2, 10), (3, -3, 0, 6) \rangle$  sumos ir sankirtos dimensijas ir bazes.

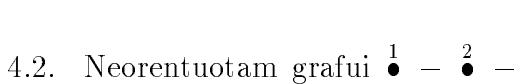
3.2. Kokia plokštumos  $P = (1, 0, 0, 1) + [(5, 2, -3, 1), (4, 1, -1, 0), (-1, 2, -5, 3)]$  ir tiesės  $x = (3, 0, -4, 1) + t(-1, 1, 2, 1)$  padėtis?

3.3. Atlikite plokštumų  $x_1 + P$  ir  $x_2 + Q$  klasifikaciją erdvėje  $\mathbf{R}^5$ .

3.4. Raskite nehomogeninę tiesinių lygčių sistemą, kurios sprendinių aibė yra plokštuma  $(4, 1, 10, -3, 5) + [(2, 1, 3, 0, 1), (3, -3, 3, 1, -5)]$ .

4.1. Apskaičiuokite gretasienio tūri, kai kraštinės lygios:

$$(0, 1, 0, 3, 4)(1, 0, 0, 2, 5)(0, 0, 1, 4, )$$

4.2. Neorentuotam grafui  kurio viršūnės  $v_1, \dots, v_8$ , priskiriame kvadratinę formą  $F = \sum_{i,j=1}^n a_{ij}x_i x_j$ , čia  $a_{ij} = 2$ , jeigu  $i = j$ ;  $a_{ij} = -1$ , jeigu viršūnės  $v_i$  ir  $v_j$  sujungtos;  $a_{ij} = 0$ , jeigu viršūnės  $v_i$  ir  $v_j$  nesujungtos. Irodykite, kad kvadratinė forma  $F$  yra teigiamai apibrėžta.

4.3. Papildykite vektorių sistemą  $\frac{1}{3}(2, 1, 2)$ ;  $\frac{1}{3}(1, 2, -2)$  iki aritmetinės erdvės  $\mathbf{R}^3$  ortonormuotosios bazės:

4.4. Apskaičiuokite atstumą tarp vektoriaus  $(-3, 15, 1, -5)$  ir poerdvio

$$\langle (2, 3, -4, -6), (1, 8, -2, -16), (1, -5, -2, 10) \rangle.$$