ALGEBROS KONTROLINIS DARBAS 2, 2001 05 08, Rimantas Grigutis

1.1. Įrodykite, kad aritmetinės erdvės $\mathbf{R}^4$ vektorių sistema $u_1 = (2,1,0,1)\,;\, u_2 = (1,-2,1,3)\,;\, u_3 = (3,4,-1,2)$ yra tiesiškai nepriklausoma ir apskaičiuokite šių vektorių tiesinę kombinaciją $u = 2u_1 - 5u_2 + 4u_3$.

1.2. Raskite vektorių $(1,4,-7,3)\,;(-3,10,-9,-7)\,;(2,-3,1,5)\,;(0,11,-15,1)$ tiesinio apvalkalo bazę ir dimensiją,

1.3. Papildykite sistemą $(0,0,1,1,1)\,,(1,2,1,2,0)$ iki bazės aritmetinėje erdvėje virš $GF(3)$;

1.4. Raskite aritmetinės erdvės $\mathbf{R}^3$ bazės $(1,2,1)\,,(-2,3,2)\,,(3,2,-1)$ keitimo baze $(3,-1,-1)\,,(0,-1,-4)\,,(5,5,-3)$ matricą.

2.1 Ne aukštesnio kaip 5-ojo laipsnio polinomų erdvėje $\mathbf{R}_5[t]$ raskite polinomo $f(t) = t^5 - t^4 + t^3 - t^2 - t + 1$ koordinates bazėse $1+t^3, t+t^3, t^2+t^3, t^3, t^4+t^3, t^5+t^3$.

2.2. Tegu S yra begalinių sekų $x = (a_1, a_2, \ldots)$ vektorinę erdvė ir $F \subset S$, $a_k = a_{k-1} + a_{k-2}, k = 3,4,\ldots$. Raskite $\dim F$ .Raskite F baze.

2.3.$V \subset R^n : (a_1, ..., a_n) \in V \Longleftrightarrow a_1 + \cdots + a_n = 0$. Raskite $\dim V$ ir V bazę

2.4. Raskite tiesinę homogeninę lygčių sistemą, kurios fundamentalioji sprendinių sistema yra: $(2,1,0,1)\,,(1,-2,1,3)\,,(3,4,-1,2)$

3.1. Raskite poerdvių $\langle(1,-1,0,2)\,,(2,3,1,4)\,,(0,5,1,0)\rangle$ ir
$\langle(2,8,2,4)\,,\ (5,5,2,10)\,,(3,-3,0,6)\rangle$ sumos ir sankirtos dimensijas ir bazes.

3.2. Kokia plokštumos $P = (1,0,0,1) + [(5,2,-3,1)\,,(4,1,-1,0)\,,(-1,2,-5,3)]$ ir tiesės $x = (3,0,-4,1) + t\,(-1,1,2,1)$ padėtis?

3.3.Atlikite plokštumų $x_1 + P$ ir $x_2 + Q$ klasifikaciją erdvėje R^5.

3.4. Raskite nehomogeninę tiesinių lygčių sistemą, kurios sprendinių aibė yra plokštuma $(4,1,10,-3,5) + [(2,1,3,0,1)\,,(3,-3,3,1,-5)]$.

4.1. Apskaičiuokite gretasienio tūrį, kai kraštinės lygios:
$(0,1,0,3,4)\,(1,0,0,2,5)\,(0,0,1,4,)$

4.2. Neorentuotam grafui $\overset{1}{\bullet} - \overset{2}{\bullet} - \underset{3}{\overset{\overset{4}{\bullet}}{\overset{|}{\bullet}}} - \overset{5}{\bullet} - \overset{6}{\bullet} - \overset{7}{\bullet} - \overset{8}{\bullet}$, kurio viršūnės $v_1, ..., v_8$, priskiriame kvadratinę formą $F = \sum\limits_{i,j=1}^{n} a_{ij} x_i x_j$, čia $a_{ij} = 2$, jeigu $i = j$; $a_{ij} = -1$,jeigu viršūnės v_i ir v_j sujungtos; $a_{ij} = 0$,jeigu viršūnės v_i ir v_j nesujungtos.Įrodykite, kad kvadratinė forma F yra teigiamai apibrėžta.

4.3. Papildykite vektorių sistemą $\frac{1}{3}(2,1,2)\,;\frac{1}{3}(1,2,-2)$ iki aritmetinės erdvės R^3 ortonormuotosios bazės:

4.4. Apskaičiuokite atstumą tarp vektoriaus $(-3,15,1,-5)$ ir poerdvio
$\langle(2,3,-4,-6)\,,(1,8,-2,-16)\,,(1,-5,-2,10)\rangle$.