ALGEBROS KONTROLINIS DARBAS 2-1(1)

2000.04.05

1.1. Atlikite dviejų plokštumų $T_1 = x_1 + P$ ir $T_2 = x_2 + Q$, čia $\dim P = \dim Q = 2$ padėčių erdvėje R^5 klasifikaciją. Klasifikaciją atlikite *mažiausios plokštumos*, kurioje yra ir $x_1 + P$, ir $x_2 + Q$, *dimensijos* ir poerdvių sankirtos $P \cap Q$ atžvilgiu.

1.2.. Kokia plokštumų $P = x_0 + t_1 u_1 + t_2 u_2$, $P = y_0 + t_1 v_1 + t_2 v_2$ padėtis?

$$\begin{aligned} x_0 = &\ (3, 1, 2, 0, 1) \\ y_0 = &\ (1, 0, 1, 1, 0) \\ u_1 = &\ (2, -6, 3, 1, -6) \\ u_2 = &\ (-1, 1, -1, 0, 1) \\ v_1 = &\ (0, 5, -2, -1, 6) \\ v_2 = &\ (-1, 3, -1, -1, 2) \end{aligned}$$

2. Raskite 2-osios eilės kreivės
$x^2 - 4xy + 4y^2 + 5y - 9 = 0$
1) kanoninį pavidalą ;
2) kintamųjų keitinį, kurio pagalba gaunate kanoninį pavidalą;
3) nustatykite kokia tai kreivė.
4) nubrėžkite grafiką.

3. Duota simetrinė matrica $A = \dfrac{1}{9}\begin{pmatrix} 1 & 16 & -2 \\ 16 & -5 & -14 \\ -2 & -14 & -14 \end{pmatrix}$

i) Raskite matricos A charakteristinį polinomą $\chi_A(t)$.
ii) Raskite matricos A tikrines reikšmes $\lambda_1, ..., \lambda_n$.
iii) Parašykite matricos A kanoninį diagonalinį pavidalą.
iv) Raskite matricos A tikrinius vektorius ir jų pagalba sudarykite tokią ortogonaliąją matricą C , kad

$$C^{-1}AC = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \cdots & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & \cdots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

ALGEBROS KONTROLINIS DARBAS 2-1(2)

2000.04.05

1.1. Atlikite dviejų plokštumų $T_1 = x_1 + P$ ir $T_2 = x_2 + Q$, čia $\dim P = \dim Q = 2$ padėčių erdvėje R^5 klasifikaciją. Klasifikaciją atlikite *mažiausios plokštumos*, kurioje yra ir $x_1 + P$, ir $x_2 + Q$, *dimensijos* ir poerdvių sankirtos $P \cap Q$ atžvilgiu.

1.2.. Kokia plokštumų $P = x_0 + t_1u_1 + t_2u_2$, $P = y_0 + t_1v_1 + t_2v_2$ padėtis?

$$
\begin{aligned}
x_0 = &\quad (7, -4, 0, 3, 2) \\
y_0 = &\quad (6, -5, -1, 2, 3) \\
u_1 = &\quad (-1, 1, 1, 1, 1,) \\
u_2 = &\quad (1, 1, -1, 1, 1,) \\
v_1 = &\quad (1, -1, 1, 1, 1,) \\
v_2 = &\quad (1, 1, 1, -1, 1)
\end{aligned}
$$

2. Raskite 2-osios eilės kreivės

$4x^2 + y^2 - 4xy - 10y - 19 = 0$

1) kanoninį pavidalą ;

2) kintamųjų keitinį, kurio pagalba gaunate kanoninį pavidalą;

3) nustatykite kokia tai kreivė.

4) nubrėžkite grafiką.

3. Duota simetrinė matrica $A = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 14 & 2 & 14 \\ 2 & -1 & -16 \\ 14 & -16 & 5 \end{pmatrix}$

i) Raskite matricos A charakteristinį polinomą $\chi_A(t)$.

ii) Raskite matricos A tikrines reikšmes $\lambda_1, ..., \lambda_n$.

iii) Parašykite matricos A kanoninį diagonalinį pavidalą.

iv) Raskite matricos A tikrinius vektorius ir jų pagalba sudarykite tokią ortogonaliąją matricą C , kad

$$C^{-1}AC = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \cdots & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & \cdots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

ATSAKYMAI

<u>1 Variantas.</u>

1.1

$P \cap Q$	$\dim G$	*prasmė*
$P = Q$	2	sutampa
$\dim = 1$	3	kertasi plokštuma
$P = Q$	3	plokštumos lygiagrečios
0	4	kertasi taške
$\dim = 1$	4	prasilenkia lygiagrečiai tiesei
0	5	prasilenkia

.

1.2. Plokštumos turi vieną bendrą vektorių $(1, 2, 1, 0, 1)$.

2. $x^2 - 4xy + 4y^2 + 5y - 9 = 0$

3.

$$A = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 1 & 16 & -2 \\ 16 & -5 & -14 \\ -2 & -14 & -14 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \frac{4}{9} & \frac{4}{9} & \frac{1}{9} \\ -\frac{2}{9} & \frac{4}{9} & -\frac{2}{9} \\ \frac{4}{9} & -\frac{2}{9} & -\frac{2}{9} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 1 \\ 1 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix},$$ eigenvalues: $2, -3, -1$,

characteristic polynomial: $X^3 + 2X^2 - 5X - 6$.

2 Variantas.

1.1

$P \cap Q$	$\dim G$	*prasmė*
$P = Q$	2	sutampa
$\dim = 1$	3	kertasi plokštuma
$P = Q$	3	plokštumos lygiagrečios
0	4	kertasi taške
$\dim = 1$	4	prasilenkia lygiagrečiai tiesei
0	5	prasilenkia

.

1.2. Plokštumos nesikerta, beto jų krypties poerdvių sankirtoje yra tik nulinis vektorius.

2. $4x^2 + y^2 - 4xy - 10y - 19 = 0$

3.

$$A = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 14 & 2 & 14 \\ 2 & -1 & -16 \\ 14 & -16 & 5 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \frac{4}{9} & \frac{1}{9} & \frac{4}{9} \\ \frac{4}{9} & -\frac{2}{9} & -\frac{2}{9} \\ -\frac{2}{9} & -\frac{2}{9} & \frac{4}{9} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 1 & -2 & -2 \\ 1 & -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

, eigenvalues: $1, 3, -2$, characteristic polynomial: $X^3 - 2X^2 - 5X + 6$