

ALGEBROS KONTROLINIS

2000.05.17

1.1. Duotas Eukildo erdvės \mathbb{R}^4 poerdvis L – tiesinių lygčių sistemos

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 - 8x_3 + 13x_4 = -19 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \end{cases}, \text{ sprendinių aibė ir vektorius } v = (2, 1, -3, 4).$$

1.1.1. Raskite poerdvio L ortonormuotąją bazę.

1.1.2. Raskite poerdvio L^\perp ortonormuotąją bazę.

1.1.3. Raskite vektoriaus v ortogonaliąją projekciją ir statmenį į L .

1.1.4. Raskite vektoriaus v atstumą į L .

1.1.5. Raskite kampą tarp vektoriaus v ir L .

1.2. Duota matrica $A = \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -2 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$

1.2.1. Raskite matricos A charakteristinį polinomą.

1.2.2. Raskite matricos A tikrines reikšmes.

1.2.3. Raskite matricos A minimalųjį polinomą.

1.2.4. Raskite matricos A tikrinių vektorių poerdvį.

1.2.5. Raskite matricos A Žordano formą.

2.1. Duotas Eukildo erdvės \mathbb{R}^4 poerdvis L – tiesinių lygčių sistemos

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 4 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 5 \end{cases} \text{ sprendinių aibė ir vektorius } v = (3, -2, 1, 4).$$

2.1.1. Raskite poerdvio L ortonormuotąją bazę.

2.1.2. Raskite poerdvio L^\perp ortonormuotąją bazę.

2.1.3. Raskite vektoriaus v ortogonaliąją projekciją ir statmenį į L .

2.1.4. Raskite vektoriaus v atstumą į L .

2.1.5. Raskite kampą tarp vektoriaus v ir L .

2.2. Duota matrica $A = \begin{pmatrix} -\frac{9}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -4 & 0 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{7}{2} \end{pmatrix}$

2.2.1. Raskite matricos A charakteristinį polinomą.

2.2.2. Raskite matricos A tikrines reikšmes.

2.2.3. Raskite matricos A minimalųjį polinomą.

2.2.4. Raskite matricos A tikrinių vektorių poerdvį.

2.2.5. Raskite matricos A Žordano formą.

ATSAKYMAI.

$$1.2. \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -2 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

$$\text{Žordano forma } \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{tikriniai vektoriai: } \left[-2 \leftrightarrow \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \right]$$

tikrinė reikšmė: -2 ,

minimalusis polinomas: $X^2 + 4X + 4 = (X + 2)^2$

charakteristinis polinomas: $X^3 + 6X^2 + 12X + 8 = (X + 2)^3$.

$$2.2. \begin{pmatrix} -\frac{9}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -4 & 0 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{7}{2} \end{pmatrix},$$

charakteristinis polinomas: $X^3 + 12X^2 + 48X + 64$

tikrinės reikšmė: -4 ,

minimalusis polinomas: $16 + 8X + X^2$

$$\text{tikriniai vektoriai: } \left[-4 \leftrightarrow \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \right]$$

$$\text{Žordano forma: } \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$