

11 pratybos. *Plokštuma erdvėje.*

1. Parašykite plokštumos, kuri yra simetrijos plokštuma taškams (x_1, y_1, z_1) ir (x_2, y_2, z_2) , lygtį.

2. Raskite geometrinę vietą taškų, tenkinančių lygtį

$$(ax + by + cz + d)^2 - (a'x + b'y + c'z + d')^2 = 0.$$

3. Įrodykite, kad trys plokštumos

$$\begin{aligned} ax + by + cz + d &= 0 \\ a'x + b'y + c'z + d' &= 0 \\ \lambda(ax + by + cz) + \mu(a'x + b'y + c'z) + k &= 0 \end{aligned}$$

čia $k \neq \lambda d + \mu d'$, neturi bendrų taškų.

4. Raskite sąlygas, kada plokštuma

$$ax + by + cz + d = 0$$

kerta teigiamą Ox pusašę (Oy, Oz).

5. Raskite plokštumos

$$ax + by + d = 0$$

atstumą iki Oz ašies.

6. Raskite plokštumų, lygiagrečių plokštumai

$$ax + by + cz + d = 0$$

ir nutolusių atstumu D iki šios plokštumos, lygtis.

7. Raskite kampus tarp plokštumos

$$ax + by + cz + d = 0$$

ir koordinatinių ašių Ox, Oy, Oz .

8. Raskite kampą tarp plokštumos

$$z = ax + by + d$$

ir xy - plokštumos.

9. Tegu F yra figūra plokštumoje

$$z = ax + by + d,$$

o F' šios figūros projekcija xy - plokštumoje. Tegu $S(F)$ ir $S(F')$ šių figūrų plotai. Įrodykite, kad

$$S(F) = \sqrt{1 + a^2 + b^2} S(F').$$

10. Raskite sąlygas, kada plokštuma

$$ax + by + cz + d = 0$$

sudaro su Ox ir Oy vienodus kampus. Kada ši plokštuma sudaro vienodus kampus su visomis koordinatinėmis ašimis?

11. Įrodykite, kad plokštumos, einančios per tašką (x_0, y_0, z_0) ir lygiagrečios plokštumai

$$ax + by + cz + d = 0$$

lygtis yra

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0.$$

12. Įrodykite, kad plokštumos, einančios per tašką (x_0, y_0, z_0) ir statmenos plokštumoms

$$a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$$

$$a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$$

lygtis yra

$$(x - x_0, y - y_0, z - z_0) \cdot ((a_1, b_1, c_1) \times (a_2, b_2, c_2)) \\ = \begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 0.$$

13. Įsitikinę, kad plokštumos

$$\begin{aligned} x + y - 2z - 1 &= 0 \\ x + y - 2z + 3 &= 0 \end{aligned}$$

yra lygiagrečios, raskite:

- 1) atstumą tarp duotų plokštumų
- 2) plokštumą, vienodai nutolusią nuo duotųjų plokštumų
- 3) plokštumas, nutolusias 5 vienetais nuo plokštumos, kurią rasite atlikę 2).

14. Duotos dvi plokštumos:

$$\begin{aligned} 6x - 2y - 3z - 1 &= 0 \\ 8x - y + 4z + 5 &= 0. \end{aligned}$$

1) Įsitikinkite, kad plokštumos nėra lygiagrečios ir statmenos.

2) Raskite plokštumas, kurios duotųjų plokštumų sudaromos dvisienius kampus dalytų pusiau.

15. Kokios turi būti m ir n parametru reikšmės, kad plokštumos

$$\begin{aligned} x + 2y + 3z - 1 &= 0 \\ 2x - 4y - 6z - 5 &= 0 \\ 3x + ay - z - b &= 0 \end{aligned}$$

- 1) turėtų tiktai vieną bendrą tašką
- 2) eitų per vieną tiesę
- 3) poromis kirsdamosi sudarytų tris lygiagrečias tieses.

16. Sudarykite lygtis plokštumų:

- 1) eina per tašką $A(2, 1, -1)$ ir stamena vektoriui $\mathbf{n} = (1, -2, 3)$;
- 2) eina per tris taškus $A(3, 3, -1)$, $B(-3, 1, 4)$, $C(-1, -1, 1)$;
- 3) eina per tašką $A(-2, 4, 3)$ ir lygiagreti plokštumai $x - 4y + 5z - 1 = 0$;
- 4) eina per tašką $A(0, -5, 1)$ ir stamena susikertančiom plokštumoms $3x - y + z = 0$ ir $2x + 3y + z - 3 = 0$.