

10 pratybos. *Vektoriai erdvėje. Vektorių vektorinė sandauga, savybės. Trijų vektorių mišrioji sandauga, savybės. Vektoriaus koordinatės bazės atžvilgiu.*

1. Duoti du vektoriai $\mathbf{u} = (1, 2, -2)$ ir $\mathbf{v} = (3, 0, 1)$. Apskaičiuokite $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$.
2. Duoti trys vektoriai $\mathbf{u} = (3, -2, -5)$, $\mathbf{v} = (1, 4, -4)$ ir $\mathbf{w} = (0, 3, 2)$. Apskaičiuokite $\mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{w})$.
3. Duoti trys vektoriai $\mathbf{u} = (3, 2, -1)$, $\mathbf{v} = (0, 2, -3)$ ir $\mathbf{w} = (2, 6, 7)$. Apskaičiuokite $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$, $\mathbf{u} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{w})$, $(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \times \mathbf{w}$, $(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \times (\mathbf{v} \times \mathbf{w})$, $\mathbf{u} \times (\mathbf{v} - 2\mathbf{w})$, $(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) - 2\mathbf{w}$.
4. Raskite vektorių ortogonalų vektoriams \mathbf{u} ir \mathbf{v} :

$$\begin{array}{l} \mathbf{u} = (1, -1, 2) \quad (3, -1, 4) \quad (2, 3, 0) \quad (-6, 4, 2) \quad (-2, 1, 5) \\ \mathbf{v} = (0, 3, 1) \quad (6, -2, 8) \quad (-1, 2, 2) \quad (3, 1, 5) \quad (3, 0, -3) \end{array}$$

5. Ar vektoriai \mathbf{v} , \mathbf{u} , \mathbf{w} yra vienoje plokštumoje?

$$\begin{array}{l} \mathbf{u} = (-1, -2, 1) \quad (5, -2, 1) \quad (4, -8, 1) \\ \mathbf{v} = (3, 0, 2) \quad (4, -1, 1) \quad (2, 1, -2) \\ \mathbf{w} = (5, -4, 0) \quad (1, -1, 0) \quad (3, -4, 12) \end{array}$$

6. Raskite trikampio ABC plotą:

$$\begin{array}{l} A = (2, 2, 0) \quad (2, 6, -1) \quad (1, -1, 2) \\ B = (-1, 0, 2) \quad (1, 1, 1) \quad (0, 3, 4) \\ C = (0, 4, 3) \quad (4, 6, 2) \quad (6, 1, 8) \end{array}$$

7. Raskite lygiagretainio, kurio kraštinėmis yra vektoriai \mathbf{u} ir \mathbf{v} , plotą:

$$\begin{array}{l} \mathbf{u} \quad (-1, 2, 4) \quad (3, -1, 6) \quad (-1, 2, 5) \\ \mathbf{v} \quad (3, 4, -2) \quad (2, 4, 3) \quad (5, -1, 2) \end{array}$$

8. Raskite gretasienio, kurio briaunomis yra vektoriai \mathbf{u} , \mathbf{v} , \mathbf{w} , tūrį:

$$\begin{array}{l} \mathbf{u} \quad (2, -6, 2) \quad (3, 1, 2) \\ \mathbf{v} \quad (0, 4, -2) \quad (4, 5, 1) \\ \mathbf{w} \quad (2, 2, -4) \quad (1, 2, 4) \end{array}$$

9. Raskite piramidės $PQRS$ tūrį:

$$\begin{array}{ll} P & (-1, 2, 0) \quad (0, 0, 0) \\ Q & (2, 1, 3) \quad (1, 2, -1) \\ R & (1, 0, 1) \quad (3, 4, 0) \\ S & (3, -2, 3) \quad (-1, -3, 4) \end{array}$$

10. Duoti taškai $A = (5, 0, -1)$ ir $B = (-3, 1, 4)$. Raskite vektoriaus \mathbf{AB} projekciją vektoriaus $\mathbf{u} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$ tiesę.

11. Duoti vektoriai $\mathbf{u} = (-1, 2, 4)$, $\mathbf{v} = (0, 0, -7)$, $\mathbf{w} = (4, -7, 9)$. Raskite vektoriaus $\mathbf{a} = \mathbf{u} + \mathbf{b} - 4\mathbf{c}$ ilgį, vienetinį vektorių ir krypties kosinusus.

12. Duota $\mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{w}) = 3$. Raskite

$$\begin{array}{ll} \mathbf{u} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{v}) & \mathbf{v} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{w}) \\ (\mathbf{v} \times \mathbf{w}) \cdot \mathbf{u} & (\mathbf{u} \times \mathbf{w}) \cdot \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) & \mathbf{v} \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{w}) \end{array}$$

13. Duotas vektorius $\mathbf{a} = (2, 1, -1)$. Raskite vektoriaus \mathbf{u} koordinates, jei jis tenkina sąlygas

$$\begin{array}{l} \mathbf{a} \cdot \mathbf{u} = 3 \\ \mathbf{a} \times \mathbf{u} = \mathbf{0}. \end{array}$$

14. Įrodykite, jei \mathbf{a} ir \mathbf{b} yra statmeni vektoriui \mathbf{c} , tai $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c} = \mathbf{0}$.

15. Įrodykite, jei vektorius \mathbf{b} statmenas vektoriui \mathbf{c} , o vektorius \mathbf{a} lygiagretus vektoriui \mathbf{c} , tai $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c} = \mathbf{b}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})$.

16. Kokias sąlygas turi tenkinti vektoriai \mathbf{a} ir \mathbf{b} , kad vektoriai $2\mathbf{a} - \mathbf{b}$ ir $3\mathbf{a} + 4\mathbf{b}$ būtų kolinearūs?

17. Parodykite, kad $(\mathbf{a} + \mathbf{d}) \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) + \mathbf{d} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$.

18. Suprastinkite: $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) \times (\mathbf{u} - \mathbf{v})$.