

Algebra ir geometrija informatikams. Pratybos. Rimantas Grigutis
7 pratybos .Kompleksiniai skaičiai.

1. Atlikite veiksmus :

1) $\frac{(2-i)^4 + 1 + 6i}{(1-i)^3}$.

2) $\frac{(2-i)^3 + (4-i)^3}{(1+2i)^2}$.

3) Apskaičiuokite skaičiaus $-5 + 5i$, išreikšto trigonometriniu forma, kvadratą.

4) Parašykite kompleksinį skaičių $z = \frac{(1-i)(2-i)}{1+2i}$ algebrine forma $x + iy$,

čia $x, y \in \mathbf{R}$. raskite z^{12} .

5) Raskite $z + z^{-1}$ realiąją ir menamąją dalis, jei $z = 3 + 2i$.

6) Parašykite $1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{99}$ algebrine forma $x + iy$,
 $x, y \in \mathbf{R}$.

2. Ištraukite kvadratinę šaknį .

1) $\sqrt{16 + 30i}$.

2) $\sqrt{9 - 40i}$.

3. Išspręskite lygtis.

1) $(2-2i)x^2 - (6+6i)x - 5 + 5i = 0$.

2) $2ix^2 - (8+2i)x + (4-7i) = 0$.

3) $3z\bar{z} + z - 2\bar{z} = 5 - 3i$.

4) $z\bar{z} + 2\bar{z} - z = 6 - 6i$.

5) $z + 3\bar{z} = 3i$. Raskite z^{12} .

4. Raskite kompleksiniams skaičiams z atitinkančių geometrinę vietą .

1) $|z + 1 - i| \geq 1$.

2) $|z - 1 - 2i| < 2$.

3) $|z + 2 - i| = |z - 1 + 3i|$.

4) $|z - i| \geq |z - 1 + 2i|$.

5) $|z + i| > 1$, $\operatorname{Re} z < 2$, $\operatorname{Im} z \geq 3$.

6) $|z + 2i| = |2iz - 1|$.

7) $|z - i| = \sqrt{2} \cdot |\bar{z} - i|$.

6) $\log_{\sqrt{3}} \frac{|z|^2 - |z| + 1}{2 + |z|} < 2$.

7) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{|z|^2 + |z| + 39}{1 + 2|z|} > -2$.

$$8) \frac{|z + 2i|}{|z - 2i|} = \lambda, \text{ kai } \lambda = \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{4}{1}, \frac{8}{3}, \frac{2}{1}, \frac{8}{5}.$$

$$9) |z - 1 - i| = 2|z - 5 - 2i|.$$

5. Apskaičiuokite.

$$1) \left(\frac{i\sqrt{3} - 1}{2} \right)^9.$$

$$2) \left(\frac{-1 - i\sqrt{3}}{2} \right)^9.$$

$$3) \frac{(1 + i\sqrt{3})(\cos 4\varphi + i \sin 4\varphi)}{\cos 2\varphi - i \sin 2\varphi}.$$

$$4) \frac{(1 + i)^{20}}{(1 - i\sqrt{3})^{10}}.$$

$$5) \sqrt[4]{\frac{(\sqrt{3} - i)^5}{(1 + i)^{10}}}.$$

6. Išreikšti funkcija $\cos 5x, \cos 8x, \sin 6x, \sin 7x$ funkcijomis $\cos x$ ir $\sin x$.

7. Išreikšti $\operatorname{tg} 6\varphi$ funkcija $\operatorname{tg} \varphi$.

8. Išreikšti funkcijas $\cos nx, \sin nx$ funkcijomis $\sin x, \cos x$.

9. Išreikšti funkcijas $\sin^3 x, \sin^4 x, \cos^5 x, \cos^6 x, \sin^3 x \cos^5 x$ funkcijomis $\sin nx, \cos mx$.

$$10. \text{ Raskite matricai } \begin{pmatrix} 2 + i & -1 + 2i & 2 \\ 1 + i & -1 + i & 1 \\ 1 + 2i & -2 + i & 1 + i \end{pmatrix} \text{ laiptuotą matricą.}$$