7 pratybos.. *Matricos.*

1. Duotos elementariosios matricos $E_{ij}, E_i(\alpha), E_{ij}(\alpha) \in M_n$:

$$E_{ij} = \begin{array}{c} \\ \\ i \\ \\ j \\ \\ \\ \end{array} \begin{pmatrix} 1 & & 0 & & 0 & & 0 \\ & \ddots & & & & & \\ 0 & & 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & & & \\ 0 & & 1 & \cdots & 0 & & 0 \\ & & & & & \ddots & \\ 0 & & 0 & & 0 & & 1 \end{pmatrix}, \quad E_i(\alpha) = \begin{array}{c} \\ \\ \\ i \\ \\ \\ \\ \end{array} \begin{pmatrix} 1 & & & & & & \\ & \ddots & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & \alpha & & & \\ & & & & 1 & & \\ & & & & & \ddots & \\ & & & & & & 1 \end{pmatrix}$$

$$E_{ij}(\alpha) = \begin{array}{c} \\ \\ i \\ \\ j \\ \\ \\ \end{array} \begin{pmatrix} 1 & & & & & & \\ & \ddots & & & & & \\ & & 1 & \cdots & \alpha & & \\ & & & \ddots & \vdots & & \\ & & & & 1 & & \\ & & & & & \ddots & \\ & & & & & & 1 \end{pmatrix}$$

1) Kaip keisis matrica A padauginus ją iš kairės iš elementariosios matricos?
2) Kaip keisis matrica A padauginus ją iš dešinės iš elementariosios matricos?
3) Raskite elementariųjų matricų atvirkštines matricas.
4) Raskite matricą $A \in M_3 : A = E_3(5)\,E_{23}(2)\,E_{12}$. Raskite A^{-1}.
5) Apskaičiuokite:
1) $E_{12}E_{23}$ 2) $E_1(5)\,E_{12}$ 3) $E_{12}(3)\,E_{21}(-3)$ 4) $(E_1(100))^{-1}$
5) E_{12}^{-1} 6) $(E_{12}(7))^{-1}$ 7) $(E_{12}(7)\,E_{31}(1))^{-1}$.

2. Duotos matricos $A_1 = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$,
$A_3 = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, $A_4 = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.
Jeigu įmanoma apskaičiuokite $A_i \pm A_j$ ir $A_i \cdot A_j$, $1 \le i, j \le n$.

3. Tegu $A = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -9 & -5 \end{pmatrix}$. Įrodykite, kad $A^n = \begin{pmatrix} 1+6n & 4n \\ -9n & 1-6n \end{pmatrix}$, kai $n \geq 1$.

4. Tegu $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Įrodykite, kad $A^n = \frac{3^n-1}{2}A + \frac{3-3^n}{2}I_2$, kai $n \geq 1$

5. Raskite A^{-1}, kai

1) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -2 & -2 & 4 \\ 4 & 2 & -5 \end{pmatrix}$. 2) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

6. Su kuria racionalia λ reikšme matrica $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \lambda \\ 3 & -1 & 1 \\ 5 & 3 & -5 \end{pmatrix}$ yra išsigimusi?

7. Išspręskite : $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 8 \\ 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$.

8. Raskite : 1)$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n$, 2) $\begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}^n$.

9. Kvadratinė matrica $A = \begin{pmatrix} 0 & a & \cdots & b \\ 0 & 0 & \cdots & c \\ \vdots & & \ddots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \in M_n$. Įrodykite, kad $A^n = 0$.

10. Tegu tiesinių lygčių sistema $AX = B$ nesuderinta. Tiesinių lygčių sistema $A^TAX = A^TB$ vadinama *normaliąja sistema* atitinkančia $AX = B$. Normaliosios sistemos sprendiniai vadinami sistemos $AX = B$ *mažiausių kvadratų sprendiniais.*

10.1. Raskite sistemos mažiausių kvadratų sprendinius.

1) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ x + y = 3.05 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x + y = 5 \\ 3x + 5y = 12 \end{cases}$.

10.2. Duoti taškai (x_i, y_i) turėtų būti tiesėje $y = mx + b$. Raskite mažiausių kvadratų tiesę šiems taškams:

1) $(1,2);(2,6);(3,5)$ 2) $(0,0);(1,0);(2,-1);(3,4);(4,8)$.

10.3. Duoti taškai (x_i, y_i) turėtų būti parabolėje $y = ax^2 + bx + c$. Raskite mažiausių kvadratų parabolę šiems taškams:

1) $(0,0);(1,0);(2,-1);(3,4);(4,8)$ 2) $(-1,3);(0,1);(1,0);(2,-4)$.