5 tema. PASKOLŲ AMORTIZAVIMAS. KAUPIAMIEJI FONDAI

Temos tikslai:

• Gebėti formalizuoti bei spręsti praktinio bei matematinio turinio uždavinius, kuriuose nagrinėjama paskolų amortizavimo bei kaupiamųjų fondų valdymo problematika.

• Vertinti finansinius srautus laiko sekoje, teikti argumentuotus vertinimus lyginant įvairius paskolų grąžinimo metodus.

Tikrinami studijų rezultatai:

• Supras paskolų amortizavimo ir kaupiamųjų fondų analizės metodus.

• Taikys anuiteto žinias modeliuojant matematinio bei realaus turinio situacijas.

• Teiks skaičiavimais grįstas rekomendacijas.

Studentų pasiekimų vertinimo kriterijai:

• Tikslus sąvokų naudojimas.

• Tinkamas formulių naudojimas.

• Tikslūs tarpiniai ir galutiniai atsakymai.

• Tikslūs atsakymai į klausimus.

5.1 Paskolų grąžinimas taikant anuiteto metodą

Pasikartokite sąvokas: Periodiniai mokėjimai: a) paprastasis (įprastinis, apmokėtas, atidėtas apmokėtas, atidėtas įprastinis, įprastinis viso gyvenimo, apmokėtas viso gyvenimo), b) kompleksinis (įprastinis, apmokėtas, atidėtas apmokėtas, atidėtas įprastinis, įprastinis viso gyvenimo, apmokėtas viso gyvenimo).

Šiame skyriuje nagrinėsime paskolų grąžinimo problematiką, analizuosime paskolų srautus įvairiais laiko momentais.

Aptarsime paskolų grąžinimo bei apskaitos metodus, įvairių anuitetų atveju bei paprastųjų palūkanų atveju. Nagrinėsime kaupimo fondų (rentų) struktūrą.

Panagrinėkime klasikinį uždavinį. Tarkime, kad ūkinis subjektas iš finansinės įstaigos gavo paskolą B. Ši paskola, kartu su palūkanomis turi būti grąžinama vienodais mokėjimais R, šių mokėjimų skaičius yra n ir paskola grąžinama fiksuotų laikotarpių pabaigoje. Laikysime, kad nominali palūkanų norma yra r, palūkanos perskaičiuojamos m kartų per metus, o faktinė palūkanų norma $i = r/m$. Tarsime, kad skola grąžinama naudojant anuiteto metodą. Laikydami, kad šis anuitetas yra įprastinis, mokėjimų dydį randame naudodami formulę

$$R = \frac{B}{a_{\overline{n}|i}}.$$

Finansinė įstaiga suteikianti paskolą, gautą įmoką R skirsto į dvi dalis:

1) procentus nuo likusios skolos;

2) dalį, kuria dengiama skolos nominalioji vertė.

Skolos grąžinimo procesas yra vadinamas *skolos amortizacija*. Kitaip tariant, skola yra amortizuojama, kai kiekvieno mokėjimo metu yra grąžinama dalis skolos bei sumokamos palūkanos nuo likusios skolos dalies. Nesunkus suprasti, kad kintant laikui (didėjant mokėjimų skaičiui) pastovaus mokesčio dalyje didėja grąžinamos paskolos dalis ir tuo pat metu mažėja palūkanų dalis.

Formalizuokime šį grąžinimo procesą. Turime, kad paskolos dydis yra B. Pirmo periodo pabaigoje atliekamas mokėjimas R. Palūkanos šiame laikotarpyje lygios $I_1 = iB$. Tada mokėjimų balansas (apmokėtos skolos dalis) yra $P_1 = R - I_1$ Vadinasi po pirmo laikotarpio likusi skolos dalis (skolos balansas) yra $B_1 = B - P_1$. Antrojo laikotarpio pabaigoje palūkanos yra skaičiuojamos nuo likusios skolos, t.y. $I_2 = iB_1$. Tad antrame laikotarpyje buvo apmokėta tokia skolos dalis: $P_2 = R - I_2$, o likusi skolos dalis (skolos balansas) sudaro tokią sumą $B_2 = B_1 - P_2$. Trečiojo laikotarpio pabaigoje palūkanos skaičiuojamos nuo skolos dalies, likusios po antrojo mokėjimo ir sudaro tokią sumą, $I_3 = iB_2$ ir šiame etape apmokėta dalis yra $P_3 = R - I_3$. Po trijų mokėjimų, likusi skolos dalis yra $B_3 = B_2 - P_3$ ir t.t.. n tojo periodo pabaigoje pastovaus mokėjimo dalyje palūkanos sudaro $I_n = iB_{n-1}$ dydį, ir apmokėtoji skolos dalis yra $P_n = R - I_n$. Tada likęs balansas yra $B_n = B_{n-1} - P_n$. Teoriškai šis skirtumas turėtų būti lygus nuliui. Praktiškai dažnai atsitikta, kad jis nėra lygus nuliui dėl skaičiavimuose atliekamų apvalinimų.

Amortizacijos procesui iliustruoti paprastai yra naudojamos amortizacijos lentelės.

Panagrinėkime pavyzdį. Tarkime, kad bankas suteikė vartojamąjį 1500 kreditą vieneriems metams. Pastovūs mokėjimai R yra atliekami kas keturi mėnesiai, jiems pasibaigus. Nominali palūkanų norma 12 procentų, palūkanos perskaičiuojamos kas keturis mėnesius. Sudarykime skolos amortizavimo lentelę.

Tegu $I-$ palūkanos; $R-$ pastovūs mokėjimai; $M-$ marža (padengta paskolos dalis); $B-$ balansas; $P-$ amortizuotas skolos dydis $Nr-$ periodo pabaigos numeris.

Nr	R	I	P	M	B
0	0	0	0	0	1500
1	$510,03$	15	$495,03$	$495,03$	$1004,97$
2	$510,03$	$10,05$	$499,98$	$995,01$	$504,99$
3	$510,03$	$5,05$	$504,98$	$1499,99$	0
Suma	$1530,09$	$30,10$	$-$		

Balanso skiltyje nurodome likusios skolos dydį einamojo periodo pabaigoje.

Maržos (equity) skiltyje nurodome akumuliuojamą padengtą skolos sumą mokėjimo periodo pabaigoje.

Nagrinėdami šią lentelę matome, kad kiekvieno periodo metu skolą faktiškai sumažiname skirtumu tarp mokėjimo R ir periodo palūkanų.

Balanso stulpelyje $i-$oje eilutėje esanti reikšmė gali būti apibrėžtas vienu iš dviejų būdų:

1) kaip skirtumas tarp pradinės skolos ir maržos stulpelyje $i-$oje eilutėje esančio dydžio (apmokėtos dalies);

2) kaip skirtumas tarp prieš tai buvusio skolos balanso (i-1-ojo laikotarpio pabaigoje) ir apmokėtos skolos dalies (stulpelyje P) einamu (i-uoju) laiko momentu.

Nagrinėdami lentelę matome, kad palūkanų bendra suma sudaro 30.10, kuri paprastai vadinama *finansinėmis išlaidomis*. Maržos stulpelyje paskutinė reikšmė turi būti lygi pradiniam paskolos dydžiui.

Nesunku suprasti, kad kiekvieno naujo periodo pradžioje likusi skolos dalis tampa pagrindiniu kapitalu, nuo kurio yra skaičiuojamos palūkanos.

Tegu B yra paskola, i faktinė palūkanų norma, n mokėjimų skaičius, $R-$ periodiniai mokėjimai.

Nurodysime bendrąsias formules, kuriomis remiantis galima skaičiuoti įvairius, amortizacijos proceso metu naudojamus, dydžius. Pastebėsime, kad jei $k = 0$ bus suprantama, kad tai yra nulinio periodo pabaiga arba pirmojo periodo pradžia.

Bendrosios formulės įprastinio anuiteto atveju

1. Periodiniai mokėjimai:

$$R = \frac{B}{a_{n\rceil i}} = B\Big(\frac{i}{(1-(1+i)^{-n}}\Big).$$

2. Paskolos likutinė vertė (balansinė paskolos vertė) $k-$ojo periodo pabaigoje nustatoma tokiu būdu:

$$B_k = Ra_{n-k\rceil i} = R\Big(\frac{1-(1+i)^{-(n-k)}}{i}\Big),$$

ir kai $k = 0$ ($B_0 = B$), gauname pradinės paskolos vertę.

3. Palūkanų, sumokėtų $k-$ ojo mokėjimo pabaigoje dydis (palūkanos skaičiuojamos nuo balansinės vertė B_{k-1}) :

$$I_k = iRa_{n-k+1\rceil i}.$$

4. Paskolos dalis apmokėta $k-$ ojo mokėjimo pabaigoje:

$$P_k = R(1 - ia_{n-k+1\rceil i}).$$

5. Bendra anuiteto palūkanų suma:

$$I = R(n - a_{n\rceil i}) \text{ arba } nR - B.$$

6. Bendra paskolos vertė:

$$B = R\Big(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\Big).$$

Šią lygybę išsprendę n atžvilgiu, galime nustatyti skolos mokėjimo laikotarpį. Iš aukščiau esančios lygybės išplaukia, kad

$$n = \frac{\ln\Big(\frac{R}{R-Bi}\Big)}{\ln(1+i)}.$$

Pavyzdys A.B. apmoka 30000 paskolą, gautą namo statybai 20− ties metų laikotarpyje, su nominalia 9 procentų palūkanų norma, kurios perskaičiuojamos kas mėnesį. Nustatykite (a) pastovias mėnesio įmokas; (b) palūkanas pirmojo mokėjimo dalyje (c) skolos dalį pirmojo mokėjimo dalyje.

Turime $i = \frac{0{,}09}{12} = 0,0075, \quad n = 12 \cdot 20 = 240$. Tada mėnesio įmoka

$$R = \frac{30000}{a_{240\rceil 0{,}0075}} = 30000\Big(\frac{0,0075}{(1-(1,0075)^{-240}}\Big) \approx 269,92.$$

Palūkanų dalis pirmojo mokėjimo dalyje sudaro sumą $I_1 = 30000 \cdot 0,0075 = 225$. Apmokėta skolos dalis pirmąjame mokėjime yra $269,92 - 225 = 44,92$.

Pavyzdys A.B. įsigijo TV sistemą už 1500 išsimokėtinai ir sutarė mokėti kas mėnesį po 75. Nustatykite kiek mėnesių teks mokėti, jei parduotuvė siūlo 12 procentų metines palūkanas, kurios perskaičuojamos kas mėnesį?

Turime, kad $R = 75, \quad i = 0,01, \quad A = 1500$. Tada

$$n = \frac{\ln\left(\frac{75}{75-1500\cdot 0,01}\right)}{\ln(1,01)} = \frac{\ln 1,25}{\ln 1,01} \approx 22,4.$$

Gavome, kad mokėti teks 22,4 mėn. arba 23 mokėjimus. Paskutinis mokėjimas bus mažesnis negu 75.

Pavyzdys Tarkime, kad A.B. pirkdamas kompiuterį pasiskolino 7000. Paskola kartu su palūkanomis yra apmokama dvejus metus kas ketvirtį, mokant vienodas įmokomis kiekvieno ketvirčio pabaigoje. Palūkanų norma yra 16 procentų, palūkanos perskaičuojamos kas ketvirtį. Sudarykite skolos amortizacijos lentelę.

Nr	R	I	P	M	B
0	0	0	0	0	7000
1	$1039,69$	280	$759,69$	$759,69$	$6240,31$
2	$1039,69$	$249,61$	$790,08$	$1549,77$	$5450,23$
3	$1039,69$	$218,01$	$821,68$	$2371,45$	$4628,55$
4	$1039,69$	$185,14$	$854,55$	3226	3774
5	$1039,69$	$150,96$	$888,73$	$4114,73$	$2885,27$
6	$1039,69$	$115,41$	$924,28$	$5039,01$	$1960,99$
7	$1039,69$	$78,44$	$961,25$	$6000,26$	$999,74$
8	$1039,69$	$39,99$	$999,70$	$6999,96$	$0,04.$
8'	$1039,69$	$39,99$	$999,74$	7000	0
Suma	–	$1717,56$	–	–	–

Lentelėje pateikti duomenys gauti remiantis žemiau pateiktais skaičiavimais.

$$7000 = R \cdot a_{8\rceil 0,04}.$$

Spręsdami R atžvilgiu gauname, kad

$$R = \frac{7000}{6,732745} = 1039,69.$$

Matome, kad teks mokėti po $1039,69$ aštuonis kartus, o bendra suma $8 \cdot 1039,69 = 8317,52$. endra palūkanų suma yra

$$8317,52 - 7000 = 1317,52, \quad I = 1317,52.$$

Maržos stulpelyje yra sumuojama faktiškai apmokėta skolos dalis.

Pastaba Atkreipiame dėmesį, kad sudarant amortizacines lenteles balanso skiltyje, po paskutinio mokėjimo, turi likti nulis, tačiau dėl skaičiavimų paklaidų, dažnai nutinka, kad šis skaičius nėra nulis, pateiktu atveju likutis sudaro 0.04. Šiuo atveju likutį reikėtų pridėti prie stulpeliuose M ir tuo pačiu P gautų reikšmių, o B tulpelyje rašyti 0. T.y. 8 eilutės vietoje būtų galima rašyti eilutę 8' kaip parodyta lentelėje aukščiau.

Bendrosios formulės apmokėtojo anuiteto atveju

1. Periodiniai mokėjimai:

$$R = \frac{B}{(1+i)a_{n\rceil i}} = B\Big(\frac{i}{(1-(1+i)^{-n}}\Big).$$

2. Paskolos likutinė vertė (balansinė paskolos vertė) $k-$ojo periodo pabaigoje nustatoma tokiu būdu:

$$B_k = Ra_{n-k-1\rceil i} = R\Big(\frac{1-(1+i)^{-(n-k-1)}}{i}\Big),\ k = 0, \ldots, n-1.$$

Pastebėsime, kad numeris $k-$ žymi viena vertus $k-$ ojo laikotarpio pabaigą, o kita vertus, $k+1-$ ojo laikotarpio pradžią. Tad $k-$oje eilutėje yra nurodoma $k+1-$ojo laikotarpio pradžioje esanti paskolos balansinė vertė, turint omeny, kad šiuo metu jau buvo atliktas mokėjimas R ir be to nurodoma kiek palūkanų susikaupė bei kokia paskolos dalis buvo apmokėta $k-$ ajame laikotarpyje.

3. Palūkanų, sumokėtų $k-$ ojo mokėjimo pabaigoje dydis (palūkanos skaičiuojamos nuo balansinės vertė B_{k-1}) :

$$I_k = iRa_{n-k-1\rceil i}.$$

4. Paskolos dalis apmokėta $k-$ ojo mokėjimo pabaigoje:

$$P_k = R(1 - ia_{n-k-1\rceil i}).$$

5. Bendra anuiteto palūkanų suma:

$$I = R(n-(1+i)a_{n\rceil i}) \text{ arba } nR - B.$$

Pavyzdys A.B. pasiskolino 15000 iš SEB banko su 16% kurios perskaičuojamos kas ketvirtį. Skolos sutartyje numatyta ją apmokėti pastoviais mokėjimais kas ketvirtį, mokant kiekvieno ketvirčio pradžioje, dvejus metus.

Sudarykime skolos amortizacijos lentelės paskutinių trijų mokėjimų balansines eilutes.

Nr	R	I	P	M	B
5	$2142,23$	$-$	$-$	$10959,55$	$4040,4486$
6	$2142,23$	$161,6179$	$1980,612$	$12940,162$	$2059,838$
7	$2142,23$	$82,393$	$2059,836$	$14999,99$	$0,01$
Suma	$17137,84$	$2137,84$	$-$	15000	0

Pastebėsime, kad šiuo atveju numeris žymi mokėjimo laikotarpio pradžią. Kaip ir kituose metoduose šia svarbia

5.2 Skolos amortizavimas įprastinio atidėto anuiteto atveju

Tarkime, kad įprastasis anuitetas atidėtas l mokėjimo periodų, anuiteto mokėjimo periodų skaičius yra n. Bendras atidėtojo anuiteto periodų skaičius yra $n+l$. Tada naudodami atidėtojo - įprastojo anuiteto bendrąją dabartinės vertės skaičiavimo formulę randame mokėjimo dydį:

$$R = \frac{A_n(l)(1+i)^l}{a_{n\rceil i}}.$$

Pastebėsime, kad šie mokėjimai pradedami mokėti praėjus l atidėtų periodų. Tad pildant amortizacinę lentelę pirmųjų l mokėjimų vietoje rašome $R = 0$. Tegu R_l, $l = 1, \dots, n+l$ yra $l-$ ojo periodo pabaigos mokėjimai. Tada

$$R_k = \begin{cases} 0, \ k \le l, \\ R, \ k \ge l+1 \end{cases}.$$

1. Tada $k-$ ojo ($k \ge 0$) mokėjimo pabaigos skolos balansinė vertė yra lygi $B_k = B_{k-1} - P_k$; arba tiesiogiai

$$B_k = \begin{cases} Ra_{n\rceil i}(1+i)^{k-l}, \ l = 1, \dots l \\ Ra_{n+l-k\rceil i}, \ k = l+1, n+l. \end{cases}$$

2. Palūkanų, sumokėtų $k-$ ojo mokėjimo pabaigoje dydis (palūkanos skaičiuojamos nuo balansinės vertė B_{k-1}) :

$$I_l = \begin{cases} iB(1+i)^k, \quad k = 1, \dots, l \\ iRa_{n+l-k+1\rceil i} \ k = l+1, \dots, n+l. \end{cases}$$

3. Paskolos dalis apmokėta $k-$ ojo mokėjimo pabaigoje:

$$P_k = R - I_k, \ k = 1, \dots, n+l.$$

4. Apmokėta skolos dalis (marža) iki $k-$ ojo periodo imtinai:

$$M_k = M_{k-1} + P_k, \quad k = 1, \dots, n+l \ \text{ arba } \ M_k = B - B_k, \ k = 1, \dots, n+l.$$

Pavyzdys Ūkininkas paėmė 100000 paskolą devyneriems metams, su 10% palūkanų norma. Paskolos mokėjimai buvo atidėti 4 metams. Sudarykite paskolos amortizavimo lentelę, jei mokėjimai atliekami metų pabaigoje.

Turime, kad $B = 100000$, $i = 0,1$. Remdamiesi formule

$$R = \frac{A_5(4) \cdot 1,1^4}{a_{5\rceil 0,1}}$$

randame, kad $R = 38622,58$. Sudarome paskolos amortizavimo lentelę.

Nr	R	I	P	M	B
0	0	0	0	0	100000
1	0	10000	-10000	-10000	110000
2	0	11000	-11000	-21000	121000
3	0	12100	-12100	-33100	133100
4	0	13310	-13310	-46410	146410
5	$38622,58$	14641	$23981,58$	$-22428,41$	$122428,42$
6	$38622,58$	$12242,84$	$26379,74$	$3951,33$	$96048,68$
7	$38622,58$	$9604,868$	$29017,712$	$32969,042$	67031
8	$38622,58$	$6703,1$	$31919,48$	$64888,822$	$35111,52$
9	$38622,58$	$3511,152$	$35111,428$	$100000,25$	$0,092$
Suma	–		100000	10000	0

Pratybų uždaviniai

1. Naujas butas asmeniui kainavo 106000. Asmuo pirkdamas butą nusiderėjo 12% vertės ir sutarė išmokėti visą sumą per dvylika metų, mokėdamas lygias išmokas kiekvieno pusmečio pabaigoje. Žinoma, kad palūkanų norma 16% ir palūkanos perskaičiuojamos kas pusmetį. Nustatykite:

1)

(a) Pastovios įmokos dydį?

(b) Kiek A.B. bus dar skolingas po aštuonerių.

(c) Kiek iš viso sumokės visiškai grąžinęs paskolą.

(d) Kiek sumokės palūkanų?

2) Tą pačią užduotį atlikite, kai mokėjimai atliekami juos apmokant mokėjimo periodo pradžioje;

3) Tą pačią užduotį atlikite, kai mokėjimai atliekami juos apmokant mokėjimo periodo pabaigoje, kaip ir nurodyta sąlygoje, tik juos atidėjus ketveriems metams.

5.3 Skolos amortizavimas kompleksinio anuiteto atveju

Įprastinis anuitetas

Nagrinėsime skolos grąžinimo problemą, kai palūkanų grąžinimo periodas nesutampa su palūkanų perskaičiavimo periodu. Skolos amortizavimas šiuo atveju iš principo nesiskiria nuo jau nagrinėto atvejo. Priminsime, kad bendra dabartinės vertės formulė šiuo atveju yra

$$A_n^c = R(\frac{1-(1+p)^{-n}}{p})R = Ra_{n\rceil p}, \qquad p = (1+i)^c - 1,$$

be to $i = \frac{r}{m}$, čia r yra nominalioji palūkanų norma, kuri perskaičiuojama m kartų per metus.

Nurodysime bendrąsias formules, kuriomis remiantis galima skaičiuoti įvairius, amortizacijos proceso metu, naudojamus dydžius. Pastebėsime, kad laikotarpis $k = 0$, yra nulinio periodo pabaiga arba pirmojo periodo pradžia.

1. Periodiniai mokėjimai:

$$R = \frac{B}{a_{n\rceil p}} = B\Big(\frac{p}{(1-(1+p)^{-n}}\Big).$$

2. Paskolos likutinė vertė (balansinė paskolos vertė) $k-$ojo periodo pabaigoje, čia $k \geq 0$:

$$B_k = Ra_{n-k\rceil p} = R\Big(\frac{1-(1+p)^{-(n-k)}}{p}\Big),$$

kai $k = 0$ gauname pradinės paskolos vertę.

3. Palūkanų, sumokėtų $k-$ ojo mokėjimo pabaigoje dydis (palūkanos skaičiuojamos nuo balansinės vertės B_{k-1}) :

$$I_k = pRa_{n-k+1\rceil p}.$$

4. Paskolos dalis apmokėta $k-$ ojo mokėjimo pabaigoje:

$$P_k = R(1 - pa_{n-k+1\rceil p}).$$

5. Bendra anuiteto palūkanų suma:

$$I = R(n - a_{n\rceil p}) \text{ arba } nR - B.$$

6. Bendra įprastinio anuiteto formulė:

$$B = R\Big(\frac{1-(1+p)^{-n}}{p}\Big).$$

Šią lygybę išsprendę n atžvilgiu, galime nustatyti skolos mokėjimo laikotarpį. Iš aukščiau esančios lygybės gauname

$$\frac{Bp}{R} = 1 - (1+p)^{-n}.$$

Tada

$$1 - \frac{Bp}{R} = (1+p)^{-n}$$

Logaritmuodami gauname, kad

$$n = \frac{\ln\left(\frac{R}{R-Bp}\right)}{\ln(1+p)}.$$

Panagrinėkime tokį pavyzdį:

Pavyzdys 30000 paskola, paimta septyneriems metams, su 12% palūkanų norma, kurios perskaičiuojamos kas ketvirtį, yra dengiama vienodais mokėjimais metų pabaigoje.

1) Raskite metinių įmokų dydį;

2) Sudarykite skolos amortizavimo lentelę.

Turime, kad $A_n^c = 30000, \quad n = 7, \quad c = 4, \quad i = 0.03$. Tada

$$p = 1,03^4 - 1 = 0,01255088. \quad R = \frac{30000}{4,4851295} = 6688,77.$$

Sudarome lentelę

Nr	R	I	P	M	B
1	$6688,77$	$3765,26$	$2923,51$	$2923,51$	$27076,49$
2	$6688,77$	$3398,34$	$3290,43$	$6213,94$	$23786,06$
3	$6688,77$	$2985,36$	$3703,41$	$9917,35$	$20082,65$
4	$6688,77$	$2520,55$	$4168,22$	$14085,57$	$15914,43$
5	$6688,77$	$1997,40$	$4691,37$	$18776,94$	$11223,06$
6	$6688,77$	$1408,59$	$5280,18$	$24057,12$	$5942,88$
7	$6688,77$	$745,88$	$5942,88$	$30000,00$	0
Suma	$46821,38$	$16821,38$	30000	$-$	

Pratybų uždaviniai

1. Asmuo įsigijo automobilį, kuris kainavo 66000. Jis sutarė, kad skolą grąžins vienodomis metinėmis įmokomis per šešerius metus. Palūkanų norma 10%, palūkanos perskaičiuojamos kas ketvirtį. Sudarykite paskolos amortizavimo lentelę.

2. Naujas butas asmeniui kainavo 1560000. Asmuo sutarė išmokėti visą sumą per dvylika metų, mokėdamas lygias išmokas kiekvieno ketvirčio pradžioje. Žinoma, kad palūkanų norma 6% ir palūkanos perskaičiuojamos kas pusmetį. Nustatykite:

(a) Kiek A.B. bus dar skolingas po aštuonerių metų?

(b) Užpildykite amortizacinės lentelės eilutę, atitinkačią 6-ųjų metų mokėjimą.

(c) Tą pačią užduotį atlikite, kai mokėjimai atliekami juos apmokant mokėjimo periodo pabaigoje, kaip ir nurodyta sąlygoje, tik juos atidėjus ketveriems metams.

3. A.B. pasiskolino 8500 su 18% palūkanomis, kurios perskaičiuojamos kas ketvirtį aštuonerius metus. Vienodi mokėjimai taip pat atliekami kas mėnesį, kiekvieno ketvirčio pabaigoje.

(a) Raskite mėnesio mokėjimų dydį.

(b) Raskite apmokėtas palūkanas iki 16-to mokėjimo imtinai.

(c) Kokia skolos dalis (procentais) buvo apmokėta 20-uoju mokėjimu.

4. A.B pasiskolino 140000 su 12% palūkanomis, kurios perskaičiuojamos kas pusmetį. Skola yra apmokama 250000 mokėjimais kiekvieno ketvirčio pabaigoje.

(a) Kiek mokėjimų teks atlikti, kol bus apmokėta skola?

(b) Kiek palūkanų bus sumokėta 6-ame mokėjime?

(c) Kokia paskolos suma bus sumokėta 10-ame mokėjime?

(d) Sudarykite nepilną paskolos grąžinimo lentelę, kurioje būtų trys pirmosios eilutės bei paskutinės trys mokėjimų eilutės.

5.4 Skolos amortizavimas paprastųjų palūkanų atveju

Pastaba Analogiškai kaip ir anuiteto atveju bus laikoma, kad skola apmokama pasibaigus vienodams laiko intervalams (periodams), o šių periodų skaičius yra n.

Tarkime, kad subjektas gavo dydžio B kreditą, ir tegu $k \geq 0$ yra $k-$ ojo periodo pabaigos momentas. Be to laikysime, kad paprastųjų palūkanų norma yra r.

P1 metodas

Tarkime, kad paskola bus apmokama pastoviais vienodais mokėjimais B/n, kuriais yra dengiama paskolos dalis ir dar prie šios dalies pridedamos palūkanos, kurios skaičiuojamos nuo pradinės paskolos dydžio. Tad šiuo atveju, bet kokio laikotarpio pabaigoje bus sumokama suma $R = Br + \frac{a}{n}$, kuri susideda iš dviejų pastoviųjų dalių. Pateikiame amortizacinę lentelę šiuo atveju.

k	R	I	P	M	B
0	0	0	0	0	a
1	$B(r+\frac{1}{n})$	rB	$\frac{B}{n}$	$\frac{B}{n}$	$B(1-\frac{1}{n})$
...	...	...	...	...	...
n-1	$B(r+\frac{1}{n})$	rB	$\frac{B}{n}$	$\frac{(n-1)B}{n}$	$B(1-\frac{n-1}{n})$
n	$B+Bnr$	rB	$\frac{B}{n}$	B	0
Suma	$B(r+\frac{1}{n})$	rBn	B	$-$	$-$

Užrašykime bendrąsias formules paskolos parametrams skaičiuoti.

1. Periodiniai mokėjimai k-ojo periodo pabaigoje:

$$R = B(r + \frac{1}{n}).$$

2. Paskolos likutinė vertė (balansinė paskolos vertė) $k-$ojo periodo pabaigoje, čia $k \geq 0$.

$$B_k = B(1 - \frac{k}{n}),$$

kai $k = 0$ gauname pradinės paskolos vertę.

3. Palūkanų, sumokėtų $k-$ ojo mokėjimo pabaigoje dydis (palūkanos skaičiuojamos nuo vertės $B = B_0$) :

$$I_k = rB.$$

4. Paskolos dalis apmokėta $k-$ ojo mokėjimo pabaigoje:

$$P_k = \frac{B}{n}.$$

5. Marža

$$M_k = B\frac{k}{n}.$$

P2 metodas

Aptarsime skolos amortizavimo problemą, kai skola sumokama pabaigoje viena įmoka, o visus $k = 1, \ldots, n$ laikotarpius yra mokamos tik palūkanos nuo skolos. Pastarąjį amortizavimo metodą iliustruojame lentele pateikta žemiau.

Turime, kad

$I_k = rB, \quad R_k = rB, \; M_k = 0, \; B_k = Bk = 0, \ldots n-1, \; R_n = B(1+r), \; M_n = B, \; B_n = 0$. Pastebėsime, kad maržos stulpelio (P) neverta naudoti, kadangi maržos reikšmė visada lygi nuliui išskyrus paskutiniojo periodo pabaigą. Šį paskolos grąžinimo metodą, paprastųjų palūkanų atveju, pavadinkime $P2$ metodu.

k	R	I	Pr	B
0	0	0	0	B
1	Br	Br	0	B
2	Br	Br	0	B
$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
n-1	Br	Br	0	B
n	$B(r+1)$	B	B	0
suma	$Brn + B$	Brn	B	

P3 metodas (Linijinis metodas)

Aptarsime skolos amortizavimo problemą, kai skola dengiama pastoviais paskolą dengiančiais mokėjimais $P = \frac{B}{n}$, prie kurių pridedamos palūkanos, kurios skaičiuojamos nuo paskolos balansinės vertės. Tad skirtingai nuo anuiteto metodo mokėjimai yra kintami ir laikui bėgant jie mažėja.

Sudarysime bendrąsias formules, kuriomis remiantis galima skaičiuoti įvairius, amortizacijos proceso metu naudojamus, dydžius. Pastebėsime, kad laiko momentas $k = 0$ bus suprantamas kaip nulinio periodo pabaiga arba pirmojo periodo pradžia.

1. Periodiniai mokėjimai yra kintami: $R_0 = 0$, ir

$$R_k = B\Big(r(1 - \frac{k-1}{n}) + \frac{1}{n}\Big), \; k \geq 1.$$

2. Paskolos likutinė vertė (balansinė paskolos vertė) $k-$ojo periodo pabaigoje, čia $k \geq 0$:

$$B_k = B(1 - \frac{k}{n}), k \geq 0.$$

Kai $k = 0$, gauname pradinės paskolos dydį.

3. Palūkanų, sumokėtų $k-$ ojo mokėjimo pabaigoje dydis (palūkanos skaičiuojamos nuo balansinės vertė B_{k-1} :)

$$I_k = rB(1 - \frac{k-1}{n}).$$

4. Paskolos dalis apmokėta $k-$ ojo mokėjimo pabaigoje:

$$P_k = \frac{B}{n}.$$

5. Marža (iki k-ojo momento imtinai apmokėta skolos dalis):

$$M_k = \frac{Bk}{n}.$$

Tada linijinio metodo amortizacinė lentelė bendruoju atveju yra tokia:

No	I	P	R	M	B
0	0	0	0	0	B
1	Br	$\frac{B}{n}$	$B(r+\frac{1}{n})$	$\frac{B}{n}$	$B(1-\frac{1}{n})$
2	$Br(1-\frac{1}{n})$	$\frac{B}{n}$	$B(r(1-\frac{1}{n})+\frac{1}{n})$	$\frac{2B}{n}$	$B(1-\frac{2}{n})$
...	...	...	...	...	...
n-1	$rB(1-\frac{n-2}{n})$	$\frac{B}{n}$	$B(r(1-\frac{n-2}{n})+\frac{1}{n})$	$\frac{(n-1)B}{n}$	$\frac{B}{n}$
n	$r\frac{B}{n}$	$\frac{B}{n}$	$B(\frac{r}{n}+\frac{1}{n})$	B	0
$\sum$	$rB(\frac{n+1}{2})$	B	$B+Br\frac{n+1}{2}$	B	

Pratybų uždaviniai

1. 20000 paskola, paimta 5 metams, turi būti grąžinama pusmečio įmokomis, kai paskolos paprastųjų palūkanų norma yra 12%. Sudarykite paskolos grąžinimo lentelę:

1) Naudojant metodą P1; 2) Naudojant metodą P2; 3) Naudojant metodą P3.

2. Vykdant investicinį projektą buvo pasiskolinta 100000 suma 20-čiai metų, su paprastomis 6% palūkanomis. Paskolos dalis arba palūkanos buvo mokamos kiekvieno ketvirčio pabaigoje.

1) Nustatykite, kokie būtų šio projekto finansavimo kaštai, jei taikytume metodus:

a) P1; b) P2; c) P3.

2) Kokia skolos balansinė vertė dešimtųjų metų pabaigoje:

a) taikant metodą P1; b) taikant metodą P2; c) taikant metodą P3.

3) Kiek palūkanų buvo sumokėta už paskolą iki 12 metų pabaigos imtinai:

a) taikant metodą P1; b) taikant metodą P2; c) taikant metodą P3.

3. Verslininkas plėsdamas verslą paėmė 500000 vertės paskolą dešimčiai metų, su 6% palūkanų norma, paskola grąžinama kas ketvirtį.

1) Nustatykite, kokias pastovias įmokas tektų mokėti kiekvieno ketvirčio pabaigoje, jei:

a) paskolai grąžinti būtų taikomas metodas P3 (linijinis);

b) paskolai grąžinti būtų taikomas paprastojo įprastinio anuiteto metodas.

c) palyginkite abiejų metodų finansavimo kaštus.

2) Sudarykite paskutiniųjų dviejų metų amortizacinę lentelę, jei paskolai grąžinti taikomas metodas P3.

4. 3 metų vekselį, kurio palūkanų norma 8%, apmoka ketvirčio išmokomis, kuriomis yra dengiamos palūkanos, vienodo dydžio mokėjimais. Paskola grąžinama paskutiniąja išmoka, kuri atliekama vekselio termino pabaigoje. Sudarykite vekselio dengimo amortizacinę lentelę.

5.5 Kaupiamieji fondai. Anuiteto metodas

Apibrėžimas *Kaupiamaisiais fondais (rentomis)* vadinsime periodinius mokėjimus, kuriais siekiama per numatytą laiko tarpą sukaupti konkrečią pinigų sumą.

Šie fondai sudaromi tam, kad apmokėti ateityje būsimus finansinius įsipareigojimus, padengti numatomus papildomus kaštus, kaupiant pinigus pensijų fonduose ir t.t..

Pagrindinis šių periodinių mokėjimų uždavinys- apibrėžti mokėjimus, kurie per numatytą laiko tarpą sukauptų reikiamą sumą. Suprantama, kad tai būsimosios vertės skaičiavimo uždavinys. Šiame skyrelyje pateiksime detalią fondų analizę, t.y. pateiksime formules, kuriomis remiantis galima nustatyti bet kokiame laikotarpyje balansinę fondo būseną, susikaupusių palūkanų sumą ir kitus mokėjimų dydžius.

Minėtos problemos sprendimas šiek tiek priklauso nuo to, ar anuitetas paprastasis ar kompleksinis, įprastinis ar apmokėta.

Žymėjimai

$R-$ periodinių mokėjimų dydis;

$i-$ faktinė palūkanų norma;

$n-$ mokėjimų skaičius.

1) Tarkime, kad anuitetas yra paprastas ir įprastinis (mokėjimai periodo pabaigoje). Tada būsimosios vertė formulė yra tokia:

$$S_n = \Big(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\Big)R =: R \cdot s_{n\rceil i}.$$

2) Tarkime, kad anuitetas yra paprastas ir apmokėtasis (mokėjimai periodo pradžioje). Tada būsimosios vertė formulė yra tokia:

$$S_n^* = \Big(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\Big)(1+i)R =: R(1+i) \cdot s_{n\rceil i}.$$

3) Tarkime, kad anuitetas yra kompleksinis ir įprastinis (mokėjimai periodo pabaigoje). Tada būsimosios vertė formulė yra tokia:

$$S_n^c = \Big(\frac{(1+r)^n - 1}{r}\Big)R =: R \cdot s_{n\neg r}.$$

4) Tarkime, kad anuitetas yra kompleksinis ir apmokėtasis (mokėjimai periodo pradžioje). Tada būsimosios vertė formulė yra tokia:

$$S_n^{*^c} = (1+r)\Big(\frac{(1+r)^n - 1}{r}\Big)R =: R(1+r) \cdot s_{n\rceil r}.$$

3) ir 4) atvejais, $r = (1+i)^c - 1$, c yra palūkanų perskaičiavimo periodo dalis, tenkanti mokėjimo intervalui.

Nurodysime bendrąsias formules, kuriomis remiantis galima skaičiuoti įvairius, kaupimo proceso metu, naudojamus dydžius. Tarkime, kad anuitetas yra paprastas ir įprastinis. Laikysime, kad $s_{0\rceil i} = 0$.

Įprastinis anuitetas

Lentelėje Nr skiltyje nurodomas periodo numeris. Mokėjimai R atliekami nurodyto periodo pabaigoje ir balansas nurodomas to paties periodo pabaigoje.

1. Periodiniai mokėjimai:

$$R = \frac{S}{s_{n\rceil i}} = S\Big(\frac{i}{(1+i)^n - 1}\Big).$$

2. Vertė susikaupusi $k-$ojo periodo pabaigoje:

$$S_k = Rs_{k\rceil i} = R\Big(\frac{(1+i)^k - 1}{i}\Big), \quad k = 1, 2, \dots n.$$

3. Palūkanų prieaugis $k-$ ąjame laikotarpyje (pabaigoje):

$$I_k = iRs_{k-1\rceil i}, \quad k = 1, 2, \dots n.$$

4. Bendra palūkanų suma:

$$R(s_{n\rceil i} - n) \ \text{ arba } \ S - nR.$$

5. Mokėjimo laikotarpio nustatymas. Išsprendę iš bendros būsimosios vertės formulės

$$S = R\Big(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\Big).$$

Iš pastarosios lygybės gauname, kad

$$n = \frac{\ln\Big(1 + \frac{Si}{R}\Big)}{\ln(1+i)}.$$

Apmokėtasis anuitetas

Lentelėje Nr skiltyje nurodomas periodo numeris. Mokėjimai R atliekami nurodyto periodo pradžioje, o balansas rodomas to periodo pabaigoje.

1. Periodiniai mokėjimai:

$$R = \frac{S}{(1+i)s_{n\rceil i}} = A\Big(\frac{i}{(1+i)((1+i)^n - 1)}\Big).$$

2. Vertė susikaupusi $k-$ojo periodo pabaigoje:

$$S_k = R(1+i)s_{k\rceil i} = R(1+i)\Big(\frac{(1+i)^k - 1}{i}\Big), \quad k = 1, 2, \dots n.$$

3. Palūkanų prieaugis $k-$ ąjame laikotarpyje (pabaigoje):

$$I_k = iS_{k-1}, \quad k = 0, 1, \dots, n-1.$$

4. Bendra palūkanų suma:

$$R((1+i)s_{n\rceil i} - n) \ \text{ arba } \ S - nR.$$

Sudarysime kaupiamųjų fondų (KF) lentelę, kurioje detaliai nurodysime finansinių srautus, kiekvienu laiko momentu, kai anuitetas paprastasis ir įprastinis. Numeriai- nurodo mokėjimų intervalų pabaigą.

Pavyzdys Transporto firma numatė, kad po ketverių metų jiems bus reikalingas auto krautuvas. Planuojama, kad jis kainuos ne daugiau negu 20000. Šią sumą firma tikisi sukaupti per ketverius metus, atidėdama kas pusmetį, pusmečio pabaigoje, po pastovią sumą R. Žinoma, kad sąskaitoje esantiems pinigams yra mokamos 10 procentų palūkanos, kurios perskaičiuojamos kas pusmetį. Nustatykite pastovios įmokos dydį R. Sudarykite kaupiamųjų fondų lentelę.

Turime, kad anuiteto būsimoji vertė yra lygi $S = 20000$. Tada $S = R \cdot s_{n\rceil i}$. Išsprendę R atžvilgiu gauname, kad

$$R = \frac{20000}{s_{8\rceil 0.05}} \approx 2094,44.$$

Gavome, kad pastoviosios pusmečio įmokos turi būti lygios $R = 2094,44$. Pastebėsime, kad nominaliai per šį laikotarpį firma sumokėjo $8 \cdot 2094,44 = 16755,52$. Tad turime, kad bendras palūkanų dydis yra $20000 - 16755,52 = 3244,48$.

Turime $R = 5416,42$, $n = 7$, $\quad i = 0,115$.

$Nr-$ mokėjimo eilės numeris (laikotarpio pabaigos numeris);

R- periodinis mokėjimas;

$I-$ susikaupusios laikotarpio palūkanos;

$B-$ (balansas) bendra suma iki nurodyto laikotarpio imtinai;

$\Delta-$ periodinio mokėjimo prieaugis.

Tada

Nr	R	I	Δ	B
1	2094, 44	0	2094, 44	2094, 44
2	2094, 44	104, 72	2199, 16	4293, 60
3	2094, 44	214, 68	2309, 12	6602, 72
4	2094, 44	330, 14	2424, 58	9027, 30
5	2094, 44	451, 37	2545, 81	11573, 11
6	2094, 44	578, 66	2673.10	14246, 21
7	2094, 44	712, 31	2806, 75	17052, 96
8	2094, 44	852, 65	2947, 09	20000, 05
Suma	16755, 52	3244, 53	20000, 05	

Pavyzdys Kompanija planuoja atnaujinti įrenginius po septynerių metų nuo dabar. lanuojama, kad šis ateities projektas kainuos apie 60000. Siekiant šio tikslo, planuojama reikalingas lėšas sukaupti atidedant į taupimo fondą, kiekvienų metų pradžioje, po pastovią sumą. Palūkanų norma yra 11.5%, palūkanos perskaičiuojamos kas metus.

1) Nustatykite metinės įmokos dydį.

2) Raskite bendrą atidėtų pinigų dydį.

3) Kokia palūkanų suma susidarys per šį laikotarpį.

Pateikiame kaupiamųjų fondų lentelę, kurioje esantys dydžiai apibrėžti žemiau.

Nr.	R	I	Δ	B
1	$5416,42$	$622,89$	$6039,31$	$6039,31$
2	$5416,42$	$1317,41$	$6733,83$	$12773,14$
3	$5416,42$	$2091,8$	$7508,22$	$20281,36$
4	$5416,42$	$2955,24$	$8371,66$	$28653,02$
5	$5416,42$	$3917,99$	$9334,41$	$37987,43$
6	$5416,42$	$4991,44$	$10407,86$	$48395,29$
7	$5416,42$	$6188,35$	$11604,77$	$60000,06$
Suma	$37914,94$	$22085,12$	$60000,06$	

Pastaba Atkreipiame dėmesį, kad šiuo atveju numeris (Nr) apima informaciją kaupimo fonduose visame nurodytame laikotarpyje. Mokėjimai atliekami šio laikotarpio pradžioje, bet balansinėje skiltyje nurodoma vertė- laikotarpio pabaigoje.

Turime, kad $S_n^* = 60000, \quad n = 7, \quad i = 0,115$. Tada

1)

$$60000 = 1,115 \cdot R \cdot s_{7\rceil 0,115}.$$

Iš paskutinės lygybės išplaukia, kad $R = 5416,42$.

2) Nominaliai į fondą firma atidėjo $7 \cdot 5416,42 = 37914,94$.

3) Fonde susidariusių palūkanų yra $60000 - 37914,94 = 22085,06$.

5.6 Kaupiamieji fondai kompleksinio anuiteto atveju

Kompleksinio anuiteto atveju formulės analogiškos, tik faktinės palūkanų normos vietoje yra naudojama efektyvioji mokėjimo laikotarpio palūkanų norma p, kuri randama iš sąryšio $p = (1+i)^c - 1$, čia $c = \frac{m}{k}$, $m-$ palūkanų perskaičiavimo periodų skaičius per metus, $k-$ mokėjimų skaičius metuose, $i = \frac{r}{m}$, $r-$ nominalioji norma.

Kompleksinio anuiteto atvejo visus srauto elementų formulės analogiškos paprastojo anuiteto formulėms. Norint gauti srauto elementų formules, reikia minėtose formulėse faktinę normą i, pakeisti mokėjimo periodo norma p. Skaitytojui siūlome tai atlikti savarankiškai.

5.7 Kaupiamieji fondai paprastųjų palūkanų atveju

Aptarsime kaupimo uždavinį, kai kaupiamojoje sąskaitoje pinigai kaupiami taikant linijinį metodą. Šio metodo esmė tokia: paprastosios palūkanos perskaičiuojamos kiekvieną kartą, kai į sąskaitą yra padedama papildoma suma (tačiau palūkanos ne kapitalizuojamos).

Pastaba Laikysime, kad kaupiant pinigai pervedami laikotarpio pradžioje. Numeriai reiškia laikotarpio pabaigą.

Nr.	R	I	Δ	B
1	R	rR	R	R
2	R	$2rR$	$R(1+2r)$	$2R$
3	R	$3rR$	$R(1+3r)$	$3R$
...	...	...	...	...
k	R	rRk	$R(1+rk)$	kR
...	...	...	...	...
n	R	rRn	$R(1+r)$	nR
$\sum$	nR	$r\frac{(n+1)n}{2}$	nR	$r\frac{(n+1)n}{2}+nR$

Pastaba Šis kaupimo metodas gana dažnai taikomas bankinėje praktikoje, kai sudaromos ilgalaikės kaupiamosios sutartys.

Pastarąjį metodą būtų nesunku ir apibendrinti, jei laikytume, kad sąskaita papildoma ne pastovia įmoka R, bet kintama įmoka R_i, čia i mokėjimo momentas. Tuo atveju, kai įmoka tenkina reguliarumo sąlygas (pavyzdžiui padidėja pastoviu dydžiu lyginant ją su prieš tai buvusia įmoka) galima sudaryti bendras formules įvairiems dydžiams rasti.

Pratybų uždaviniai

1. Asmuo nusprendė taupyti. Bankas jam pasiūlė linijinį metodą, dešimčiai metų, įmokas mokant kas ketvirtį. Palūkanų norma 10% . 1) Nustatykite, kokius atidėjimus turės daryti asmuo kas ketvirtį, jei per šį laikotarpį tikisi sukaupti 200000 sumą. 2) Sudarykite amortizacinės lentelės 5 ir 6 metų mokėjimų eilutes. 3) Koks palūkanų procentas bus šioje sumoje?

Uždaviniai savarankiškam darbui

1. Sudarykite bendrąsias formules, kuriomis naudodamiesi galėtumėte sudaryti bet kokio mokėjimo laikotarpio amortizacinės lentelės eilutę, kai:

a) anuitetas įprastinis - apmokėtasis;

b) anuitetas įprastinis - apmokėtasis ir atidėtas k mokėjimų.

2. A.B. įsigijo automobilį, kuris kainavo 36000. Jis nusiderėjo 4000 ir sutarė, kad skolą grąžins vienodomis įmokomis penkiolika metų, įmokas mokėdamas, kiekvieno ketvirčio pabaigoje. Palūkanų norma 14%, palūkanos perskaičiuojamos kas ketvirtį.

(a) Nustatykite pastovios įmokos dydį;

(b) Kiek jis bus dar skolingas po 10 metų?

(c) Kiek iš viso jis sumokės po 15 metų?

(d) Kiek sumokės palūkanų?

Ats: (a) $1282,84$ (b) $18232,24$ (c) $80970,40$ (d) $44970,40$.

3. 1000000 skola, su palūkanų norma 15% kurios perskaičiuojamos kas metus dengiama kiekvienų metų pabaigoje septynerių metų laikotarpyje. Sudarykite paskolos amortizavimo lentelę. Raskite kasmetinių mokėjimų dydį, bendrai sumokėtą sumą, bei paskolos kaštus.

Ats: Mokėjimai 240360; bendra suma 1682525; kaštai 682525.

4. A.B. pasiskolino 920000 su 13% palūkanų norma, kurios perskaičiuojamos kas metus. Žinoma, kad paskola apmokama lygiais mokėjimais po 200000, kurie atliekami kiekvienų metų pabaigoje. Sudarykite skolos amortizavimo lentelę. Kiek buvo už paskolą sumokėti iš viso ir kiek sumokėjo palūkanų.

Ats: Sumokėta bendrai 1494316; sumokėta palūkanų 574316.

5. A.B. pasiskolino 8500000 su 18% palūkanomis, kurios perskaičiuojamos kas ketvirtį aštuonerius metus. Vienodi mokėjimai taip pat atliekami kas ketvirtį, kiekvieno ketvirčio pabaigoje.

(a) Raskite ketvirčio mokėjimų apimtį

(b) Raskite apmokėtas palūkanas iki 16-to mokėjimo imtinai;

(c) Kokia skolos dalis buvo apmokėta 20-u mokėjimu;

Ats: (a) 506287 (b) 266724 (c) 285683.

6. A.B pasiskolino 2400000 su 17% palūkanomis, kurios perskaičiuojamos kas pusmetį. Skola yra apmokama 250000 mokėjimais kiekvieno pusmečio pabaigoje.

(a) Kiek mokėjimų teks atlikti, kol bus apmokėta skola?

(b) Kiek palūkanų bus sumokėta 6-ame mokėjime?

(c) Kokia paskolos suma bus sumokėta 10-ame mokėjime?

(d) Sudarykite nepilną paskolos grąžinimo lentelę, kurioje būtų trys pirmosios eilutės bei paskutinės trys mokėjimų eilutės bei paskutinė balanso eilutė.

Ats: (a) n = 20,750427 (b) 180832 (c) 95857 (d) suminė 5189503; 2789503; 2400000.

7.2500000 skola apmokama 350000 mokėjimais, kurie atliekamis kiekvieno pusmečio pabaigoje. Palūkanos 21% perskaičiuojamos kas pusmetį.

(a) Kiek mokėjimų teks atlikti iki paskola bus apmokėta?

(b) Kokio dydžio paskutinysis mokėjimas?

Ats: (a) n = 13,884418 (b) 311309.

8. 1750000 skola yra apmokama vienodomis 285000 išmokomis kiekvienų metų pabaigoje. Palūkanos 14% perskaičiuojamos kas pusmetį.

(a) Nustatykite kiek mokėjimų teks atlikti iki bus apmokėta skola?

(b) Nustatykite pirmųjų trejų metų paskolos kaštus.

(c) Kokia paskolos dalis bus apmokėta septintaisiais metais?

(d) Sudarykite skolos amortizavimo lentelę, joje nurodydami trejus pirmuosius ir trejus paskutiniuosius paskolos grąžinimo metus bei balanso eilutę.

Ats: (a) n = 16,294188 (b) 746405 (c)70775 (d) balanso eilutė 4647884; 2897884; 1750000.

9. Paimtą paskolą 5 metams buvo sutarta grąžinti pusmečio įmokomis, kai paskolos paprastųjų palūkanų norma yra 12% . Sudarykite paskolos grąžinimo lentelę: 1) Naudojant metodą P1.

2) Naudojant metodą P2.

3) Naudojant metodą P3.

10. Vykdant investicinį projektą buvo pasiskolinta 100000 suma 20-čiai metų, su paprastomis 6% palūkanomis. Paskolos dalis arba palūkanos buvo mokamos kiekvieno ketvirčio pabaigoje.

1) Nustatykite, kokie būtų šio projekto finansavimo kaštai, jei taikytume metodus:

a) P1; b) P2; c) P3.

2) Kokia skolos balansinė vertė dešimtųjų metų pabaigoje:

a) taikant metodą P1; b) taikant metodą P2; c) taikant metodą P3.

3) Kiek palūkanų buvo sumokėta už paskolą iki 12 metų pabaigos imtinai:

a) taikant metodą P1; b) taikant metodą P2; c) taikant metodą P3.

11. Verslininkas plėsdamas verslą paėmė 500000 vertės paskolą dešimčiai metų su 6% palūkanų norma, palūkanos perskaičiuojamos kas ketvirtį.

1) Nustatykite, kokias pastovias įmokas tektų mokėti kiekvieno ketvirčio pabaigoje, jei:

a) paskolai grąžinti būtų taikomas metodas P3 (linijinis);

b) paskolai grąžinti būtų taikomas paprastojo įprastinio anuiteto metodas.

2) Palyginkite abiejų metodų finansavimo kaštus.

3) Sudarykite paskutiniųjų dviejų metų amortizacinę lentelę, jei paskolai grąžinti taikomas metodas P3.

12. A.B. kiekvieno mėnesio pradžioje į sąskaitą perveda po 900, kurioje mokėjimų pabaigoje tikisi sukaupti 72500. Palūkanų norma 12%, palūkanos perskaičiuojamos kas mėnesį.

(a) Kiek mokėjimų teks atlikti, iki bus pasiektas norimas rezultatas?

(b) Koks paskutiniojo mokėjimo dydis?

Ats: (a) n = 160,53831 (b) $485,59$.

13. Lizingo būdu pirkus katerį, kuris kainavo 330000, ateityje kas ketvirtį teks mokėti po 43000. Mokėjimai yra atidėti trejiems metams. Pinigų vertė visą šį laikotarpį yra 20% palūkanos perskaičiuojamos kas ketvirtį.

(a) Kiek mokėjimų teks atlikti, kol bus padengtas įsiskolinimas?

(b) Koks paskutiniojo lizingo apmokėjimo mokestis?

Ats: (a) n = 21,888956 (b) 38328.

14. Pervežimų kompanija siekdama atnaujinti automobilių parką siekia per penkerius metus sukaupti 11000000. Jie kiekvieno pusmečio pabaigoje, iš pelno, į kaupiamąją sąskaitą perveda po pastovią sumą. Sąskaitos palūkanų norma 17.5%, palūkanos perskaičiuojamos kas pusmetį.

(a) Nustatykime pastoviosios įmokos dydį.

(b) Koks sąskaitos balansas po trečiosios įmokos?

(c) Nustatykite palūkanų, kurios susidarys atlikus šeštąjį mokėjimą, dydį.

Ats: (a) 732706 (b) 2396063 (c) 381784.

Privalomos namų darbų užduotys

1. Įmonė įsigijo sunkvežimį, kurio pradinė kaina buvo 300000, paėmę paskolą. Buvo sutarta, kad skolą grąžins vienodomis įmokomis penkerius metus, įmokas mokėdamas, kiekvieno mėnesio pabaigoje. Palūkanų norma 8%, palūkanos perskaičiuojamos kas ketvirtį.

(a) Nustatykite pastovios įmokos dydį;

(b) Kiek jis bus dar skolingas po 3 metų?

(c) Kiek iš viso jis sumokės per 3 metus?

(d) Kiek sumokės palūkanų?

2.50000 skola, su 10% palūkanų norma, kurios perskaičiuojamos kas pusmetį, dengiama kiekvienų metų pa baigoje, dešimties metų laikotarpyje, kiekvieno pusmečio pradžioje. Sudarykite paskolos amortizavimo lentelės. paskutinias keturias eilutes. Raskite bendrai sumokėtą sumą, bei paskolos kaštus.

3.450000 skola yra apmokama vienodomis 25000 išmokomis kiekvieno ketvirčio pabaigoje. Palūkanos 12% perskaičiuojamos kas ketvirtį.

(a) Nustatykite kiek mokėjimų teks atlikti iki bus apmokėta skola?

(b) Nustatykite pirmųjų dviejų metų paskolos kaštus.

(c) Kokia paskolos dalis bus apmokėta trečiaisiais metais?

(d) Sudarykite skolos amortizavimo lentelę, joje nurodydami trejus pirmuosius ir paskutiniuosius paskolos grąžinimo metus bei balanso eilutę.

4. Asmuo, pasiskolino 400000 sumą 20 metų. Šią sumą grąžins pastoviomis pusmečio įmokomis, naudodamas linijinį (P3) metodą. Sudarykite skolos amortizacinės lentelės 12 ir 13 metų eilutes, bei paskutiniųjų dviejų metų eilutes. Žinoma, kad palūkanų norma 6%.

5. A. B. į sąskaitą kiekvieno mėnesio pradžioje padeda po pastovią sumą tam, kad apmokėti 40000 būsimąją vertę. Palūkanos 10% perskaičiuojamos kas ketvirtį.

(a) Nurodykite mokėjimo dydį;

(b) Koks sąskaitos balansas po trejų metų;

(c) Sudarykite dalinę kaupiamojo fondo lentelę, kurio būtų nurodoma trys pirmosios ir trys paskutiniosios eilutės ir balanso eilutė.

Reikia žinoti: Paskolų grąžinimo metodus, lyginti metodus nustatant jų efektyvumą, sudaryti paskolų amortizacines lenteles, skaičiuoti bet kokių laisvai pasirinktų eilučių (amortizacinėje lentelėje) dydžius. Sudaryti kaupimo fondų lenteles bei skaičiuoti, bet kokio laikotarpio, kaupimo fondų lentelėse nagrinėjamus dydžius. Atlikti skaičiavimus paprastųjų palūkanų bei anuiteto atvejais.