

## 2 tema. PAPRASTOSIOS PALŪKANOS

### 2.1 Palūkanų skaičiavimo formulės

Trumpai atsakyti kas yra kapitalas gana rizikinga. Kapitalo sąvoka ekonomikoje nėra vienareikšmiškai apibrėžta, nors bemaž yra sutariama, kad tai priemonės kuriančios pridedamąją vertę. Pavyzdžiui materialinės, finansinės vertybės, intelektualiniai gebėjimai, žinios, informacija ir t.t.. Tad naudojant kapitalo sąvoką kokiame nors kontekste, tenka daryti tam tikras prielaidas. Šiame darbe "kapitalo" sąvoką tapatinsime su finansiniu turtu arba kitaip tariant finansiniais ištekliais.

Laiko momentą, kurio atžvilgiu atliekami skaičiavimai vadinsime *pagrindiniu terminu* (focal date) arba pagrindinio termino tašku.

*Pagrindiniu kapitalu* vadinsime kapitalą pagrindinio termino taške. Pagrindinį kapitalą žymėsime raide  $P$ . Kitaip tariant, pagrindinis kapitalas tai finansiniai ištekliai, kurie bus laikomi atskaitos tašku.

Pagrindinio kapitalo vertę ateities terminu vadinsime *būsimąja kapitalo verte* ir žymėsime raide  $S$  su indeksu arba be indekso.

**Pastaba** Nagrinėjant turto vertės problematiką, skirtingais laiko momentais, tenka susidurti su labai svarbiomis *faktinės vertės* bei *nominaliosios vertės* sąvokomis.

Nominaliąją turto (kapitalo) vertę tapatinsime su pinigine šio turto verte. Tuo tarpu faktinė vertė - tai santykinis dydis, kitaip tariant tai vertė kuri nagrinėjamu laiko momentu yra lyginama su verte kitu laiko momentu.

*Palūkanomis* vadinsime pinigų kiekį (nominaliąją vertę), kuria skiriasi pagrindinis kapitalas nuo būsimosios kapitalo vertės, praėjus tam tikram laiko momentui. Palūkanas žymėsime raide  $I$ . Remiantis šiuo apibrėžimu gauname, kad  $I = S - P$ . Kalbant kitaip - palūkanos yra mokestis už naudojimąsi pinigais.

**Pastaba** Atkreipsime dėmesį, kad palūkanos reiškia absoliutų kapitalo prieaugį, o tuo tarpu lyginant būsimąją ir pagrindinį kapitalus faktinės (realios) vertės prasme, šios dvi kapitalo vertės gali būti vienodos arba būsimoji vertė gali būti mažesnė už pagrindinį kapitalą.

**Pavyzdys** Asmuo pasiskolino iš lupikautojo 2000 ir sutarė, kad po savaitės jam grąžins 3000. Kiek palūkanų uždirbs lupikautojas.

Turime, kad  $S = 3000$  ir  $P = 2000$ . Tada  $I = S - P = 1000$ .

Procesas, kurio metu prie pagrindinio kapitalo yra pridedamos palūkanos yra vadinamas *perskaičiavimu*. Laiko intervalas, kuriam pasibaigus yra atliekamas perskaičiavimas yra vadinamas palūkanų periodu.

Sakysime, kad kapitalo vertė, pasibaigus perskaičiavimo periodui, yra *kapitalizuojama*, jei ši vertė pridedama prie pagrindinio kapitalo.

**Pastaba** Perskaičiavimo metu palūkanos pridedamos pri kapitalo, bet nebūtinai yra kapitalizuojamos, t.y. tolimesniame kaupimo procese jos nedalyvauja.

*Palūkanų norma* (žymėsime  $r$ ) vadinsime palūkanų ir pradinio kapitalo santykį, per palūkanų periodą.

Turime, kad

$$r = \frac{I}{P}.$$

*Palūkanų laikotarpis (intervalu)* yra vadinamas laiko intervalas, kuriam yra nurodoma oficialiai galiojanti palūkanų norma. Žemiau laikysime, kad minėtasis palūkanų laikotarpis yra vieneri metai ir kitų atvejų ne nagrinėsime. Tad ateityje nurodant palūkanų normą bendru sutarimui laikysime, kad šis laikotarpis yra vieneri metai. Tad jei pasakyta, kad banko palūkanų norma yra 8%, tai suprasime, kad tai metinė palūkanų norma. Vadinas praėjus vieneriems metams kapitalas bus didinamas šiuo procentų skaičiumi, jei palūkanos perskaičiuojamos kartą per metus. Pastebėsime, kad perskaičiavimo laikotarpis ir palūkanų laikotarpis nebūtinai sutampa.

Palūkanų norma tenkanti perskaičiavimo laikotarpiui yra vadinama *faktine palūkanų norma*. Kitaip tariant palūkanų norma, kuria remiantis yra atliekami įvairūs skaičiavimai bus vadinama faktine palūkanų norma. Kitaip tariant palūkanų norma naudojama skaičiavimuose bus vadinama faktine norma.

Nesunku suprasti, kad palūkanos apibrėžia absoliutų kapitalo padidėjimą, o palūkanų norma reiškia santykinį (tuo pačiu procentinį) kapitalo padidėjimą (sumažėjimą) per metus arba per perskaičiavimo periodą.

Apibrėžkime dar vieną sąvoką.

*Diskontavimu* vadinsime procesą, kurio metu nustatome būsimosios kapitalo vertės dabartinę vertę.

Kitaip tariant, diskontuodami nustatome vertės laiko momentu  $t$ , vertę momentu  $t_0$ ,  $t_0 < t$ .

Taigi, perskaičiavimas- tai pradinio kapitalo būsimosios vertės nustatymas, o diskontavimas tai būsimosios kapitalo vertės lyginimas su verte ankstesniu laiko momentu.

*Diskonto norma* (žymėsime  $d$ ) vadinsime palūkanų ir būsimosio kapitalo santykį:  $d = I/S$ .

Taigi, perskaičiavimo metu yra nustatomos susikaupusios palūkanos, kurias galime apskaičiuoti tokiu būdu:  $I = rP$ , o diskontavus, palūkanos skaičiuojamos formule  $I = dS$ .

Naudodamiesi apibrėžtomis sąvokomis galime nustatyti ryšį tarp faktinių palūkanų bei diskonto normų. Kalbant kitaip, nurodysime ryšius, kuriais siejamos diskonto ir palūkanų normos tame pačiame palūkanų "veikimo" intervale. Tarkime, kad faktinė palūkanų norma yra  $i$ . Vadinasi pasibaigus palūkanų perskaičiavimo periodui gauname, kad būsimoji vertė  $S = (1 + i)P$ . Antra vertus, jei faktinė diskonto norma yra  $d$ , tai remiantis diskonto apibrėžimu gauname, kad  $P = (1 - d)S$ . Iš pastarųjų dviejų lygybių, sulyginę  $S$  atžvilgiu gauname, kad  $1 + i = \frac{1}{1-d}$ . Išsprendę  $i$  atžvilgiu  $d$  arba atvirkščiai gauname tokius funkcinius sąryšius:

$$i = \frac{d}{1-d}, \quad d = \frac{i}{1+i}.$$

Matome, kad palūkanų norma yra diskonto funkcija  $i = f(d)$  ir atvirkščiai,  $d = g(i)$ .

## 2.2 Kapitalo kitimas. Paprastųjų palūkanų atvejis

Nustatysime formules kapitalo prieaugiui skaičiuoti, kintant laikui.

Tarkime, kad pradinis kapitalas yra  $P$ , o faktinė palūkanų norma yra  $i$ . Tada kapitalas periodo pabaigoje yra lygus

$$S = P + iP = P(1 + i) \quad (1).$$

Diskontuojant, t.y. nustatant pradinio kapitalo vertę, kai žinomas kapitalas periodo pabaigoje ir žinoma šio periodo palūkanų norma, naudosisime tokią formulę:

$$P = \frac{S}{1+i}. \quad (2)$$

Jeigu žinoma diskonto norma  $d$ , tai tada  $P = S - dS = S(1 - d)$ .

**Apibrėžimas** Palūkanos bus vadinamos *paprastosiomis palūkanomis*, jeigu kiekvieno perskaičiavimo periodo pabaigoje yra pastovios ir skaičiuojamos nuo pradinio kapitalo, t.y. palūkanos ne kapitalizuojamos.

Pažymėkime kapitalą  $P_k$  laiko momentu  $k$  (praėjus  $k$  perskaičiavimo periodų) laikydami, kad  $k \in \mathcal{N}$ , o pradinis kapitalas kaip paprastai  $P$ . Taigi, po pirmojo perskaičiavimo periodo, būsimoji kapitalo vertė yra  $P_1 = P + iP = P(1 + i)$ , po antrojo-  $P_2 = P_1 + iP = P(1 + 2i)$ , ir t.t. po  $k$ -ojo,  $P_k = P_{k-1} + iP = P(1 + ki)$ .

Formulė

$$P_k = P(1 + ki) \quad (3)$$

yra vadinama *paprastųjų palūkanų* formule. Arba kitaip, būsimosios vertės skaičiavimo formule, paprastų palūkanų atveju, kai laikas yra diskretus. Pastebėkime, kad seka  $\{P_k\}$  yra aritmetinė progresija. Jos vardiklis yra lygus  $iP$ .

Sprendami diskontavimo uždavinį, paprastųjų palūkanų atveju gausime, kad

$$P = \frac{S}{1 + ik}, \quad (4)$$

čia  $k$  yra diskontavimo periodų skaičius. dydis

$$1/(1 + ik)$$

vadinamas diskontavimo daugikliu, paprastųjų palūkanų atveju. Atkreipsime skaitytojo dėmesį į tai, kad šiuo atveju diskontavimas atliekamas visai susikaupusiai pradinio kapitalo vertei, ir taikomas visiems  $k$  perskaičiavimo periodams.

Pamagrinėkime kiek kitaip diskontavimo uždainį.

*Paprastuoju diskontu*, taikomu  $k$  intervalams, vadinsime diskontavimo metodą kuomet diskontuota vertė kiekvieną perskaičiavimo periodą yra skaičiuojama nuo tos pačios susikaupusios (būsimosios) kapitalo vertės, po  $k$  laikotarpių.

Turime, kad  $P_k = S$ . Tada  $P_{k-1} = S - Sd = S(1 - d)$ . Toliau  $P_{k-2} = S(1 - 2d)$  ir t.t.  $P = S(1 - kd)$ , jei buvo  $k$  diskontavimo periodų.

Taigi, pagrindinę paprastojo diskonto formulę galime užrašyti taip:

$$P = S(1 - kd). \quad (5)$$

Esame nustatę ryšį tarp palūkanų normos bei diskonto normos kai praeina vienas perskaičiavimo periodas. Raskime ryšį tarp periodo palūkanų normos ir periodo diskonto normos, kai periodų skaičius  $k$ . Sulyginkime pagrindinio kapitalo atžvilgiu sąryšius (4) ir (5). Gauname, kad  $1 - kd = \frac{1}{1+ik}$ . Iš paskutiniosios lygybės gauname du sąryšius paprastųjų palūkanų atveju:

$$d = \frac{i}{1 + ik}, \quad i = \frac{d}{1 - kd}. \quad (6)$$

Pastebėsime, kad tiek  $i$  tiek  $d$  yra periodo normos, o ne viso laikotarpio(metų), kuris apima  $k$  periodų, normos. Matome, kad esant periodo palūkanų normai  $r$ , norint nustatyti  $k$  perskaičiavimo laikotarpių diskonto normą (kuri skaičiuojama nuo  $k$  laikotarpių būsimosios vertės) turime šią periodo normą dalyti iš dydžio didesnio negu 1. Taigi, didėjant perskaičiavimo laikotarpių skaičiui (metų skaičiui), laikotarpio diskonto norma mažėja (esant pastoviai periodo palūkanų normai). Palūkanų norma tenkina atvirkštinį sąryšį. T.y. jei žinome periodo diskonto normą, be to žinome kiek laikotarpių turėtų būti kaupiama būsimoji vertė, tai periodo norma didėja, didėjant periodų skaičiui, diskonto normai išliekant pastoviai.

**Pavyzdys** Tarkime, kad metinė palūkanų norma yra 6%. Kokia bus metinė diskonto norma paprastųjų palūkanų atveju, jei būsimoji vertė kaupiama 10 metų?

Remdamiesi (6) formule gauname, kad

$$d = \frac{i}{1 + 10i} = \frac{0,06}{1,6} \approx 0,037.$$

**Pavyzdys** Tarkime, kad dešimties metų būsimoji vertė diskontuojama kas metus su norma  $d = 0,02$ . Raskime metinę palūkanų normą. Kokia metinė palūkanų norma, jei diskontuojama su ta pačia norma, bet kas pusmetį, dešimt metų laikotarpyje? Remdamiesi (6) formule gauname, kad

$$i = \frac{d}{1 - kd} = \frac{0,02}{1 - 0,02 \cdot 10} = \frac{0,02}{0,8} = 0,025.$$

Atsakykime į antrą klausimą. Elgdamiesi analogiškai gauname, kad pusės metų palūkanų norma

$$i = \frac{d}{1 - kd} = \frac{0,02}{1 - 0,02 \cdot 20} \approx 0,033.$$

Todėl metinė palūkanų norma bus dvigubai didesnė, t.y. maždaug 6.6%.

Nagrinėsime paprastų palūkanų atvejį, kai  $k = t$ , čia  $t$  bet koks laiko intervalas išreikštas metų skaičiumi. Kitaip tariant laikas yra tolydus kintamasis ir palūkanos gali būti perskaičiuojamos bet kokių laiko momentu.

### 2.3 Paprastosios palūkanos. Tolydus laikas

Pastebėsime, kad anksčiau nagrinėtą atvejį galime vadinti diskretaus laiko formulėmis.

Apibendrinkime šias formules, bet kokiam laikui. Esant tolydziam laikui, skaičiuojant būsimąją vertę (diskontuojant) faktinė palūkanų norma laikysime metinę palūkanų normą. Kad šią normą skirtume nuo faktinės normos, tenkančios perskaičiavimo periodams, kurie smulkesni negu metai, normą žymėsime kitu simboliu, t.y.  $r$ .

Turime, kad

$$S = P + I.$$

Tada palūkanos yra tiesinė laikotarpio, išreikšto metais, funkcija, o palūkanų dydis skaičiuojamas tokiu būdu:  $I = rtP$ .

Būsimąją vertę skaičiuojame tokiu būdu:

$$S = P + rtP = (1 + rt)P. \text{ Be to } r = \frac{S - P}{P}. \quad (7)$$

Diskonto formulė šiuo atveju yra tokia:

$$P = \frac{S}{1 + rt}.$$

Be to

$$d = \frac{r}{1 + rt}, \quad r = \frac{d}{1 - dt}$$

**Pastaba** Atkreipsime dėmesį, kad šiuo atveju  $t$  privalo būti išreikštas metų baze, nors sąlygoje nurodomas laikas dienomis, savaitėmis, mėnesiais, minutėmis ir t.t.

Panagrinėkime keletą pavyzdžių:

**Pavyzdys** Tarkime, kad  $r$  ir  $t$  yra tokie:

- 1) norma 10%; laikas 5 metai;
- 2) norma 7%; laikas 20 mėnesių;
- 3) norma 5,2%; laikas 73 dienos.
- 1) Šiuo atveju  $r = 0,1$  laikas  $t = 5$ .
- 2) Šiuo atveju  $r = 0,07$  ir laikas  $t = \frac{20}{12} \approx 1,66$
- 3) Šiuo atveju  $r = 0,052$  ir laikas  $t = \frac{73}{365} = 0,2$ .

Tuo atveju, kai skaičiuojame palūkanas tarp dviejų kokių nors fiksuotų dienų, tai paprastai pirmoji diena neįskaičiuojama į palūkanų intervalą, o paskutinioji įskaičiuojama (bet gali būti ir atvirkščiai).

**Pastaba** Jei metai nenurodyti arba atskirai nepamiršta visuomet laikysime, kad Vasario dienų skaičius lygus 28 ir kad metuose yra 365 dienos.

**Pavyzdys** Laiko intervalą tarp Lapkričio 12 ir Gegužės 2 visuomet toks pat ir šį intervalą sudaro 174 dienos,  $t = \frac{174}{365}$  (metų dalis).

Jei žinomos  $P$  ir  $r$  reikšmės, tai paprastųjų palūkanų formulė nurodo tiesinį ryšį tarp  $S$  ir laiko  $t$ . Kitaip tariant

$$S = kt + b,$$

tiesinės funkcijos krypties koeficientas  $k = rP$ , o laisvasis narys  $b = P$ . Tad turime formulę būsimajai vertei, bet kokių laiko momentu apskaičiuoti.

**Pavyzdys** Tarkime, kad asmuo investavo 2000 Lt su 4% palūkanų norma. Tada po  $t$  metų ( $t$  gali būti bet koks skaičius, paprastai racionalus) mes turėsime

$$S(t) = 2000 + 80t.$$

Taigi, po 10 metų būsimoji vertė lygi  $S(10) = 2000 + 800 = 2800$ . Išsprendę (7) lygtį  $P$  atžvilgiu gauname,

$$P = \frac{S}{1 + rt}.$$

Kita vertus, tą patį uždavinį galime spręsti naudodami diskonto normą. Iš paskutiniosios lygybės gauname, kad

$$P = \frac{S}{1 + rt} = \left(1 - \left(\frac{r}{1 + rt}\right) \cdot t\right) S = (1 - dt)S.$$

Matome, kad žinodami būsimąją vertę randame dabartinę, kai žinomas laikotarpis ir palūkanų norma.

**Pavyzdys** Kokia pinigų suma turėtų būti investuota dabar tam, kad po dviejų metų, esant metinei 5% palūkanų normai, būsimoji vertė būtų 10000?

Turime, kad  $S = 10000$ ,  $r = 0,05$ ,  $t = 2$ . Tada

$$P = \frac{S}{1 + rt} = \frac{10000}{1 + 2 \cdot 0,05} = \frac{10000}{1,1} \approx 9090.$$

**Pavyzdys** Kokią pinigų sumą galėtume investuoti Sausio 31 dieną, esant 10% palūkanų normai, kad Rugsjūčio 18 dienai sąskaitoje susidarytų 7770 suma.

Turime, kad palūkanų laikotarpis yra 200 dienų. Tada  $t = \frac{200}{365}$ ,  $r = 0,1$ ,  $S = 7700$  ir

$$7700 = \left(1 + 0,1 \cdot \frac{200}{365}\right)P.$$

Gauname, kad

$$P = 7300.$$

**Pavyzdys** Nustatykite metinių palūkanų normą, kuriai esant kapitalas 74400 uždirbtų 7595 palūkanas per 14 mėnesių.

Turime  $t = \frac{14}{12}$ ,  $P = 74400$ ,  $I = 7595$ .

Naudodami (7) formulę gauname, kad

$$r = \frac{I}{Pt} = \frac{7595}{86800} = 0,0875; \text{ arba } 8,75\%.$$

**Pastaba** Finansiniuose skaičiavimuose, dienų skaičių metuose vadinsime metų baze. Mes naudosime dvi bazes- 360 arba 365. Laikas  $t$  formulėje  $I = Prt$  visuomet nurodomas metais. Jei laikotarpius norime nurodyti dienomis arba mėnesiais būtina juos dauginti iš 365 (360) arba 12 atitinkamai.

Tad jei laikas bus nurodomas dienomis, tai

$$t_d = \frac{I \cdot 365}{Pr},$$

jei mėnesiais, tai

$$t_m = \frac{I \cdot 12}{Pr}.$$

**Pavyzdžiui** Kiek dienų prireiks tam, kad 150000 suma uždirbtų 6904 palūkanas, kai palūkanos yra 10,5%.

Turime, kad  $r = 0,105$ ,  $P = 150000$ ,  $I = 6904$ . Tada

$$t = \frac{6904 \cdot 365}{15750} = 160 \text{ dienos.}$$

## 2.4 Ekvivalenčios vertės paprastųjų palūkanų atveju

Šiame skyrelyje mes aptarsime situaciją, kai kapitalo vertė yra lyginama su vertėmis skirtingais laiko momentais, esant palūkanų normai  $r$ . Kapitalo vertė kokiu nors pasirinktu laiko momentu vadinama terminuota verte, o patį laiko momentą vadinsime *atlikimo data* arba *atlikimo terminu*.

Lyginant pagrindinio kapitalo vertes skirtingais laiko momentais mes naudosime fiksuotą atskaitos laiko momentą, kurį vadinsime *pagrindiniu terminu*, o šio momento kapitalo vertė pagrindine verte (pagrindinio termino verte). Terminuotos vertės, lyginamos su pagrindinio termino verte yra skaičiuojamos naudojant formules:

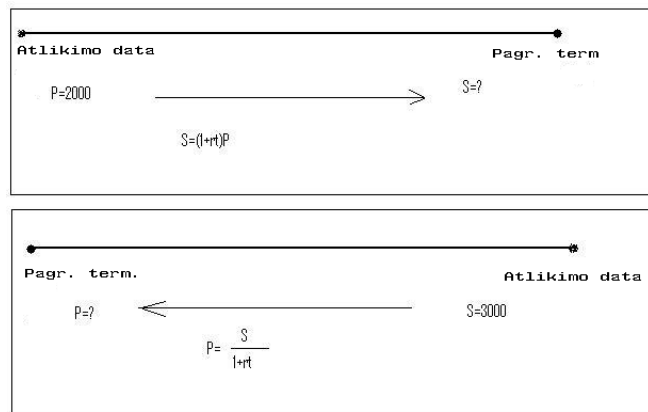
$$S = (1 + rt)P \quad (8)$$

ir

$$P = \frac{S}{1 + rt} \quad (9).$$

Kuri iš naudojamų formulių bus taikoma priklauso nuo to ar terminuota vertė yra prieš ar po (laiko prasme) pagrindinės vertės.

Jei nagrinėjama vertė yra prieš pagrindinę vertę, tai naudojama (8) formulė, jei po tai (9) formulė.



1 pav.

**Pavyzdys** Skola yra išmokama dviem mokėjimais: 92000 vieneriais metais nuo dabar ir 130000 dveji metai nuo dabar. Nustatykite vieną išmoką, kuri būtų ekvivalenti šiems dviems išmokoms, jei palūkanos 15%, paprastos.

Abu mokėjimai yra po pagrindinio termino, tad abiemis sumoms taikysime (9) dabartinės vertės skaičiavimo formules.

Turime:

$$P_1 = \frac{92000}{(1 + 0,15)} = 80000, \quad P_2 = \frac{130000}{1 + 0,15 \cdot 2} = 100000.$$

Tad vienintelis abiemis mokėjimams ekvivalentus mokėjimas yra 180000.

Panagrinėkime atvejį, kai pagrindinis terminas skiria terminuotas vertes.

**Pavyzdys** Šiandien buvo sumokėta 400 ir 500 po penkerių mėnesių bei 618 po metų nuo dabar, turi būti palygintas su vieninteliu mokėjimu, kuris atliktas po 9 mėnesių nuo dabar, kai palūkanų norma 12%.

Turime, kad pagrindinis terminas yra po 400 ir 500 mokėjimų. Taigi, taikome (8) formulę:  $S = (1 + rt)P$ . Tuo tarpu 400 pagrindinio termino taške yra

$$S_1 = (1 + rt)P = (1 + 0,12 \cdot \frac{9}{12}) = 436;$$

o suma 500 šiame taške lygi

$$S_2 = (1 + 0,12 \cdot \frac{4}{12}) = 520.$$

Pagrindinis terminas yra prieš sumą 618 todėl taikydami būsimosios vertės skaičiavimo formulę turime:

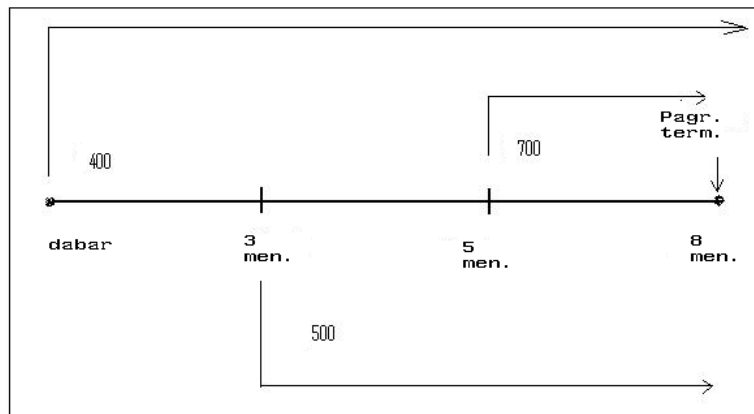
$$P = \frac{S}{1 + rt} = \frac{618}{1 + 0,12 \cdot \frac{3}{12}} = 600.$$

Tad vienintelis mokėjimas po devynių mėnesių nuo dabar yra  $L = 436 + 520 + 600 = 1556$ .

**Pavyzdys** Skola gali būti gražinama 40000 dabar ir 70000 po 5 mėnesių gali būti pakeista 50000 įmoka po 3 mėnesių ir nežinoma įmoka po 8 mėnesių. Nustatykite, koks turėtų būti šios paskutinės įmokos dydis jei palūkanų norma 15%, ir pagrindinis terminas 8 mėn. nuo dabar.

Pažymėkime paskutinį mokėjimą raide  $x$ .

Grafinė interpretacija pateikiama 2 pav.



2 pav.

Ieškomą mokėjimo dydį gauname sudarę lygtį:

$$(1 + 0,15 \cdot \frac{5}{12})50000 + x = (1 + 0,15 \cdot \frac{8}{12})40000 + (1 + 0,15 \cdot \frac{3}{12})70000.$$

Iš pastarosios gauname, kad paskutinis mokėjimas yra 63500.

### Uždaviniai savarankiškam darbui

1. Nurodykite laiką dienomis: (a) Nuo Balandžio 25 iki Spalio 14; (b) Nuo Liepos 30 iki Vasario 1.

**Ats:** (a) 172 dienos (b) 186 dienos

2. Raskite palūkanas, kai žinomas pradinis kapitalas, palūkanų norma ir dienų skaičius: (a)  $P = 1975$ ,  $r = 14,5\%$ , 215 dienos; (b)  $P = 844,65$ ,  $r = 13,25\%$ , nuo Gegužės 30 iki Sausio 4.

**Ats:** (a)  $I = 168,69$  (b)  $I = 67,15$

3. Koks turi būti pradinis kapitalas, jei:

(a)  $I = 8352$ ,  $r = 12\%$  ir 219 dienos?

(b)  $I = 3440$ ,  $r = 9\frac{3}{4}\%$  nuo 1990 Spalio 30 dienos, iki 1991 Birželio 1d?

**Ats:** (a) 116000 (b) 60177

4. Pateikite atsakymus į nurodytus klausimus:

(a) Nustatykite palūkanų normą jei esant pradiniam kapitalui  $P = 67500$  per 284 dienas susidarė palūkanos  $I = 3939$ ?

(b) Per kiek laiko kapitalas  $P = 207500$ , esant palūkanų normai  $8\frac{1}{4}\%$ , uždirbs palūkanas  $I = 12429$ . Atsakymą pateikite dienomis.

(c) Kokiai palūkanų normai esant pradinis kapitalas  $P = 68000$  per tris mėnesius bus lygus vertei  $S = 69870$ ?

(d) Per kiek mėnesių pradinis kapitalas  $P = 75000$  bus lygus būsimajai vertei  $S = 80500$  jei palūkanos yra  $11\%$ ?

**Ats:**(a)  $7,5\%$  (b) 265 dienos (c)  $11\%$  (d) 8 mėnesiai

5. Išspręskite:

(a) Kokio pagrindinio kapitalo būsimoji vertė bus  $S = 66560$ , jei palūkanų norma  $10\%$ , perskaičiavimo periodas 146 dienos?

**Ats:** (a)  $Lt64000$

6. Kokiai pagrindinio kapitalo vertei esant, per 156 dienas esant  $11.75\%$  palūkanų normai, susidarys  $I = 6152$  palūkanos?

**Ats:** 122503

7. Nustatykite kokios palūkanos susidarys jei pradinis kapitalas 11250, palūkanų norma  $14,5\%$ , investavimo laikotarpis nuo from 1992 Rugsėjo 1, iki 1993 Balandžio 30d.

**Ats:** 1175,06

8. Kokiai palūkanų normai esant investuota suma  $P = 143500$  per 125 dienas uždirbs palūkanas  $I = 6757$ ?

**Ats:**  $13,75\%$

9. Kokiai palūkanų normai esant nuo Birželio 1d. iki Gruodžio 1d (tų pačių metų) pradinis kapitalas  $P = 150000$  padidės iki  $S = 162221$ ?

**Ats:**  $16,25\%$

10. Kiek mėnesių turėtų būti investuojama suma  $P = 2500.00$  tam kad susidarytų būsimoji vertė  $S = 18229$ , jei žinoma, kad palūkanų norma yra  $12,5\%$ ?

**Ats:** 7 mėnesiai

11. Kiek dienų turi būti investuojamas pradinis kapitalas  $P = 310000$  iki susidarys būsimoji vertė  $S = 342639$ . jei palūkanų norma  $15,75\%$ ?

**Ats:** 244 dienos

12. Raskite kapitalo  $P = 420000$  būsimąją vertę, jei palūkanų norma  $r = 11,5\%$ , investavimo laikotarpis vienuolika mėnesių?

**Ats:** 464275

13. Raskite pradinį kapitalą, kuri investavę Birželio 10 dieną, Gruodžio 15 dieną sukauptume būsimąją vertę 155000, jei žinoma, kad palūkanų norma yra



14%?

Ats: 166177

14. Nustatykite pradinį kapitalą, kuris esant 16% gražai, per aštuonerius mėnesius sukaups būsimąją vertę  $S = 146080$ .

Ats:  $S = 132000$

15. Raskite diskonto normą, jei žinoma, kad palūkanos paprastos, būsimoji vertė yra 200% didesnė už pagrindinį kapitalą, o laikotarpių skaičius lygus penkeriems metams? Kokia šią diskonto normą atitinkanti metinė paprastų palūkanų norma?

Ats:  $d \approx 0,13$ ;  $p = 0,15$ .

16. Raskite būsimosios vertės  $S = 378000$  kuri susidarys po devynerių mėnesių, esant palūkanų normai 12% dabartinę vertę  $P$ .

Ats: 346789

17. Skola gali būti apmokama įmoka 175000, kuri bus atlikta 4 mėn. nuo dabar ir įmoka 160000, devyni mėn. nuo dabar. Nustatykite koks turi būti vienas mokėjimas dabar, kuriuo pakeistume šiuos du mokėjimus, jei palūkanų norma yra 13,5%?

Ats: 312753

18. Skola buvo apmokėta įmoka 145000 kuri buvo atlikta prieš 45 dienas ir 120000 įmoka kuri buvo atlikta po 60 dienų. Raskite ekvivalentų mokėjimą šiems dviems mokėjimams, kuris būtų atliekamas 30 dienų nuo dabar, jei palūkanų norma yra 16%.

Ats: 268209

19. Skola buvo gražinta 800 įmoka, kuri buvo atlikta prieš du mėnesius ir 1200 įmoka, kuri buvo atlikta po vieno mėnesio. Šie mokėjimai gali būti keičiami įmoka 1000 dabar ir likusią dalį sumokant po trijų mėnesių nuo dabar. Nustatykite paskutinį mokėjimą, jei žinoma, kad palūkanų norma yra 15,5% ir pagrindinis terminas yra vienas mėnuo nuo dabar.

Ats: 1044,38

20. 1000000 išipareigojimas yra apmokamas trimis vienodais mokėjimais, kurie atliekami po 60, 120, ir 180 dienų nuo dabar. Nustatykite šių mokėjimų dydį, jei pagrindinis terminas yra dabar, o pinigų vertė 13%.

Ats: 347483

21. 500000 suma turi būti apmokėta per vienerius metus trimis lygiais mokėjimais, kurie turi būti atliekami šiandien, po šešerių mėnesių ir po vienerių metų nuo dabar. Nustatykite šių mokėjimų dydį, jei palūkanų norma yra 14% ir pagrindinis terminas yra dabar.

Ats: 177789

22. Trys pinigų sumos 100000, 120000 ir 140000 buvo pasiskolintos prieš du mėn., du mėn. nuo dabar ir keturi mėn. nuo dabar, atitinkamai. Koks turėtų būti gražinamos skolos dydis dabar, jei visą skolą gražintume vienu mokėjimu, kai pinigų vertė yra 11,5%.

Ats: 354491

23. Įsiskolinimas, kurio dydis 300000 yra padengiamas trimis vienodomis įmokomis, kurios atliekamos po 90, 180 ir 300 dienų nuo skolos paėmimo dienos. Pagrindiniu terminu laikome skolos paėmimo dieną. Raskite įmokų dydį, jei žinoma, kad palūkanų norma yra 10,9%.

Ats: 105612

2. Verslininkas skolinosi tris pinigų sumas esant tokioms sąlygoms: 20000 prieš tris mėn., nuo dabar, 15000 po devynių mėn., esant palūkanų normai 12% 12000 po aštuoniolikos mėn., esant palūkanų normai 15%. Buvo sutarta, kad skola bus apmokama trimis vienodomis įmokomis, kurios bus atliekamos dabar, po šešerių mėn., nuo dabar ir metų nuo dabar. Laikydami, kad pagrindinis terminas yra dabar, o palūkanų norma 13% raskite šias vienodas įmokas.

Ats:  $\approx 16944$

## 2 Privalomos namų darbų užduotys

1. Išspręskite:

(a) Kokio pagrindinio kapitalo būsimoji vertė bus  $S = 37000$ , jei palūkanų norma 15%, perskaičiavimo periodas 85 dienos?

2. Kokiai pagrindinio kapitalo vertei esant, per 346 dienas esant 14,5% palūkanų normai, susidarys  $I = 8852$  palūkanos?

3. Nustatykite kokios palūkanos susidarys jei pradinis kapitalas 520000, palūkanų norma 15%, investavimo laikotarpis nuo 2002 Vasario 13, iki 2003 Birželio 27 d.

4. Kokiai palūkanų normai esant investuota  $P = 540000$  suma per 305 dienas uždirbs palūkanas  $I = 17570$ ?

5. Kiek mėnesių turėtų būti investuojama suma  $P = 1000000$  tam kad susidarytų būsimoji vertė  $S = 2200200$ , jei žinoma, kad palūkanų norma yra 16,5%?

6. Kiek dienų turi būti investuojamas pradinis kapitalas  $P = 4000000$  iki susidarys būsimoji vertė  $S = 8026390$ . jei palūkanų norma 12.%?

7. Raskite diskonto normą, jei žinoma, kad palūkanos paprastos, būsimoji vertė yra 85% didesnė už pagrindinį kapitalą, o laikotarpių skaičius lygus devyneriems metams? Kokia šią diskonto normą atitinkanti metinė paprastų palūkanų norma?

8. Tarkime, kada asmuo paskolino 320000 pinigų suma, kuri po 350 dienų sukaups 500000Lt vertę. Kokia šio laikotarpio diskonto norma? Raskite banko metinę diskonto normą. Kokia yra metinė palūkanų norma? Palūkanos paprastos.

9. Skola gali būti apmokama įmoka 340000, kuri bus atlikta 9.5 mėn. nuo dabar ir įmoka 220000, dešimt mėn. ir 3 dienos nuo dabar. Nustatykite koks turi būti vienas mokėjimas po 128 dienų nuo dabar, kuriuo pakeistume šiuos du mokėjimus, jei palūkanų norma yra 14%?

10. Skola buvo apmokėta 25000 įmoka, kuri buvo atlikta prieš 3 mėn. ir 60000 įmoka, kuri buvo atlikta po 9 mėn. nuo dabar. Raskite ekvivalentų mokėjimą šiems dviems mokėjimams, kuris būtų atliekamas 4,5 mėn. nuo dabar, jei palūkanų norma yra 10%.

11. Skola gali būti gražinama 30000 įmoka, kuri būtų atlikta prieš penkis mėnesius nuo dabar ir 45000 įmoka, kuri būtų atlikta po aštuonerių mėnesių nuo dabar. Šie mokėjimai gali būti keičiami įmoka  $x$ , 3 mėnesius prieš dabartinį terminą, dvidešimt procentų mažesne įmoka negu  $x$ , po trijų mėnesių nuo dabar ir trisdešimt procentų didesne negu prieš tai paskutiniu mokėjimu. Nustatykite šių trijų mokėjimų dydį. Kokia suma bus sumokėta šiais trimis mokėjimais, jei palūkanų norma yra 14% ir pagrindinis terminas yra 4 mėnesiai prieš dabar.

12. 324000 išipareigojimas buvo apmokėtas keturiais vienodais mokėjimais, kurie atliekami po 35, 75, 158 ir 213 dienų nuo dabar. Nustatykite šių mokėjimų dydį, jei pagrindinis terminas yra dabar, o pinigų vertė 15%.

13. Įsiskolinimas, kurio dydis 600000 yra padengiamas trimis vienodomis įmokomis po 300000, kurios atliekamos po 120, 180 ir 340 dienų nuo skolos paėmimo dienos. Pagrindiniu terminu laikome skolos paėmimo dieną. Nustatykite pinigų vertę (palūkanų normą)

14. 1300000 suma buvo pasiskolinta dešimčiai metų, treji metai nuo dabar. Ji buvo padengta keturiais mokėjimais po 500000. Pirmoji įmoka buvo atlikta po 16 mėn. nuo pasiskolinimo, antroji po 28 mėn. po pasiskolinimo, trečioji po 66 mėn. po pasiskolinimo, o paskutinioji pasibaigus dešimčiai metų. Nustatykite palūkanų normą.

**Pasikartokite sąvokas, mokėkite jas taikyti:**

1) Palūkanų ir diskonto normos, perskaičiavimo ir diskonto periodai; 2) Faktinė palūkanų norma, diskonto norma; 3) Būsimoji vertė, dabartinė (diskontuota) vertė; 4) Būsimosios ir dabartinės vertės skaičiavimo formulės; 5) Verčių lyginimas, kai žinomas pagrindinis terminas.