



# Rietavo XVIII komandinė matematikos olimpiada mokytojo Kazio Šikšniaus taurei laimėti

Rietavas  
2019 11 08  
9 – 10 klasės

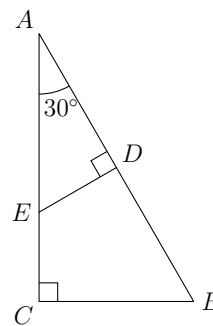
**1 uždavinys.** Išspręskite lygtį

$$1 - \frac{x - \frac{1+3x}{5}}{3} = \frac{x}{2} - \frac{2x - \frac{10-6x}{7}}{2}.$$

**2 uždavinys.** Raskite lygties  $x^2 + |x + 3| + |x - 3| - 24 = 0$  sprendinius.

**3 uždavinys.** Ūkyje iš gyvulių laikomi tik arkliai, ožkos ir karvės. Arklių yra 13%. Ožkų yra aštuonis kartus daugiau negu karvių. Kiek mažiausiai gyvulių gali būti ūkyje?

**4 uždavinys.** Duotas statusis trikampis  $ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle A = 30^\circ$ , taškas  $D$  yra įžambinės  $AB$  vidurio taškas, atkarpa  $DE$  statmena įžambinei  $AB$ , o  $AE = 4$  cm. Raskite statmens  $BC$  ilgį.



**5 uždavinys.** Trikampio kraštinių ilgiai  $a$ ,  $b$  ir  $c$  yra natūralieji skaičiai ir tenkina nelygybes  $a < b < c$ . Kiek yra tokių trikampių, jei  $b = 3$ ?

**6 uždavinys.** Stačiojo trikampio vienas statinis lygus 11, o kitų kraštinių ilgiai yra natūralieji skaičiai. Koks gali būti mažiausias šio trikampio perimetras?

**7 uždavinys.** Trikampiuose  $PQR$  ir  $STU$   $\angle P = 2 \times \angle S$ ,  $\angle R = 2 \times \angle U$  ir  $\angle Q = \frac{1}{5} \times \angle T$ . Kam lygus  $\angle T$ ?

**8 uždavinys.** Stalčiuje yra 10 vienodų geltonų kojinių, 8 vienodos mėlynos kojinės ir 4 vienodos rožinės kojinės. Andrius iš stalčiaus nežiūrėdamas ima po vieną kojinę. Kiek mažiausiai kojinių jis turi ištraukti, kad tikrai turėtų bent 2 poras? (Dvi kojinės sudaro porą, jei jos yra tos pačios spalvos.)

**9 uždavinys.** Du penkiaženkliai skaičiai sudaryti iš 10 skirtingų skaitmenų. Koks gali būti didžiausias šių skaičių skirtumas?

**10 uždavinys.** Jonas Rietaviškis ir Motiejus Varniškis stumdo figūrėlę ant 20 langelių ilgio juostos. Pradžioje Motiejus pasirenka langelį ir padeda ten figūrėlę. Kiekvienu ėjimu Jonas pasako natūralųjį skaičių iš intervalo  $[1, 11]$ , o Motiejus pastumia figūrėlę per pasakytą skaičių langelių į dešinę arba į kairę, bet negali išeiti iš juostos ribų. Jonas laimi, kai Motiejus negali padaryti ėjimo. Įrodykite, kad Jonas gali taip parinkti skaičius, kad laimėtų po baigtinio skaičiaus ėjimų.

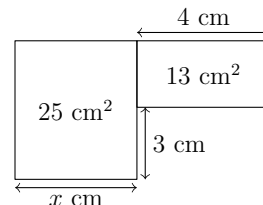


# Rietavo XVIII komandinė matematikos olimpiada mokytojo Kazio Šikšniaus taurei laimėti

Rietavas  
2019 11 08

11 – 12 klasės

**1 uždavinys.** Dviejų stačiakampių plotas yra  $25 \text{ cm}^2$  ir  $13 \text{ cm}^2$  (žr. brėžinį dešinėje). Kokia yra  $x$  reikšmė?



**2 uždavinys.** Žinome, kad lygtys

$$3 \left( x - 2 \left( x + \frac{a}{3} \right) \right) = 2x \quad \text{ir} \quad \frac{3x + a}{3} - \frac{1 + 4x}{6} = 0,$$

kurių parametras yra  $a$ , turi bendrą sprendinį. Raskite jį.

**3 uždavinys.** Duota, kad  $c > 1$ ,

$$x = \frac{\sqrt{c+2} - \sqrt{c+1}}{\sqrt{c} - \sqrt{c-1}}, \quad y = \frac{\sqrt{c+2} - \sqrt{c+1}}{\sqrt{c+1} - \sqrt{c}}.$$

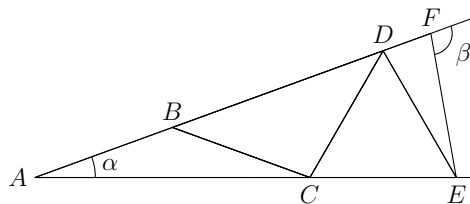
Kuris iš skaičių  $x$  ir  $y$  yra didesnis?

**4 uždavinys.** Stačiojo trikampio vienas statinis lygus 21, o kitų kraštinių ilgiai yra natūralieji skaičiai. Koks gali būti mažiausias šio trikampio perimetras?

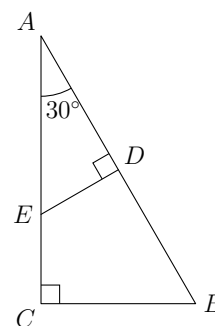
**5 uždavinys.** Lentelėje įrašyti tokie realieji skaičiai skaičiai  $a, b, c, d, e$  ir  $f$ , kad kiekvienos eilutės trijų skaičių suma, kiekvieno stulpelio trijų skaičių suma ir kiekvienos įstrižainės trijų skaičių suma yra lygios. Kam lygu  $a + b + c + d + e + f$ ?

$a$	$b$	6
$c$	$d$	$e$
$f$	7	2

**6 uždavinys.** Žinome, kad  $AB = BC = CD = DE = EF$ , o  $\beta = 100^\circ$ . Raskite kampo  $\alpha$  dydį laipsniais.



**7 uždavinys.** Duotas statusis trikampis  $ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle A = 30^\circ$ , taškas  $D$  yra įžambinės  $AB$  vidurio taškas, atkarpa  $DE$  statmena įžambinei  $AB$ , o  $AE = 4 \text{ cm}$ . Raskite statmens  $BC$  ilgį.



**8 uždavinys.** Krepšyje yra 5 spalvų vienodo dydžio kamuoliukai. Kiekvienos spalvos kamuoliukų yra po 55. Kiek mažiausiai kamuoliukų reikia ištraukti, kad tikrai turėtume bent penkias grupes po 5 vienos spalvos kamuoliukus?

**9 uždavinys.** Įrodykite, kad tarp bet kurių  $n + 1$  natūraliųjų skaičių galima rasti du skaičius, kuriuos padalijus su liekana iš  $n$ , jų liekana sutaps.

**10 uždavinys.** Jonas Rietaviškis ir Motiejus Varniškis stumdo figūrėlę ant 100 langelių ilgio juostos. Pradžioje Motiejus pasirenka langelį ir padeda ten figūrėlę. Kiekvienu ėjimu Jonas pasako natūralųjį skaičių iš intervalo  $[1, 51]$ , o Motiejus pastumia figūrėlę per pasakytą skaičių langelių į dešinę arba į kairę, bet negali išeiti iš juostos ribų. Jonas laimi, kai Motiejus negali padaryti ėjimo. Įrodykite, kad Jonas gali taip parinkti skaičius, kad laimėtų po baigtinio skaičiaus ėjimų.