PASVALIO KRAŠTO 21-OJI KOMANDINĖ MATEMATIKOS OLIMPIADA PROFESORIAUS BRONIAUS GRIGELIONIO TAUREI LAIMĖTI

Pasvalys, 2019 m. lapkričio 22 d.

UŽDAVINIŲ SPRENDIMAI jaunesniųjų klasių mokiniams

1. Šachmatų turnyre dalyvavo studentai ir dėstytojai. Kiekvienas dalyvis žaidė po 1 kartą su kiekvienu kitu turnyro dalyviu. Už laimėtą partiją skiriamas 1 taškas, už lygiąsias – 0,5 taško, o už pralaimėtą – 0 taškų.

Dėstytojai sudarė 25 % turnyro dalyvių skaičiaus, o studentai surinko 1,2 karto daugiau taškų negu dėstytojai. Kiek studentų ir kiek dėstytojų dalyvavo šiame turnyre?

Sprendimas. Tegu n yra turnyro dalyvių skaičius. Tada $0{,}25n$ yra dėstytojų skaičius, $0{,}75n$ – studentų skaičius, o $\frac{n(n-1)}{2}$ – bendras sužaistų partijų (taigi ir bendras surinktų taškų) skaičius. Aišku, kad skaičius n turi dalytis iš 4.

Tik tarp dėstytojų ir tik tarp studentų sužaistų partijų skaičius yra atitinkamai

$$\frac{0{,}25n(0{,}25n-1)}{2}=\frac{n(n-4)}{32} \quad \text{ir} \quad \frac{0{,}75n(0{,}75n-1)}{2}=\frac{3n(3n-4)}{32}.$$

Studentai su dėstytojais sužaidė $0{,}25n\cdot 0{,}75n=\frac{3n^2}{16}$ partijų.

Tegu x yra taškų, kuriuos studentai surinko žaisdami su dėstytojais, skaičius. Tada $\frac{3n^2}{16}-x$ yra dėstytojų surinktų taškų skaičius žaidžiant su studentais. Aišku, $x\geq 0$ ir $x\leq\frac{3n^2}{16}$. Be to, x gali būti sveikasis skaičius arba mišrusis, kurio trupmeninė dalis 0,5.

Pagal uždavinio sąlygą,

$$\frac{3n(3n-4)}{32}+x=1{,}2\left(\frac{n(n-4)}{32}+\frac{3n^2}{16}-x\right).$$

Iš čia gauname:

$$2{,}2x=1{,}2\left(\frac{n(n-4)}{32}+\frac{3n^2}{16}\right)-\frac{3n(3n-4)}{32},$$

$$11x=6\cdot\frac{n(n-4)+6n^2}{32}-\frac{15n(3n-4)}{32},$$

$$11x=\frac{3n(12-n)}{32},$$

$$2x=\frac{3n(12-n)}{11\cdot 16}.$$

Matome, kad 12 yra vienintelė n reikšmė, kuriai esant $2x$ yra sveikasis skaičius $(x=0)$. Taigi bendras turnyro dalyvių skaičius buvo 12, o visą dalyvių sąrašą sudarė 9 studentai ir 3 dėstytojai.

Ats.: 9 studentai ir 3 dėstytojai.

2. Jonas lentoje užrašė skaičius 10000^{10000}, 20000^{20000}, 30000^{30000}, ..., 90000^{90000}, 100000^{100000}. Ėjimo metu leidžiama nutrinti bet kurį lentoje užrašytą skaičių x ir vietoj jo užrašyti skaičių $\sqrt{x}$. Naujasis skaičius $\sqrt{x}$ turi būti sveikasis. Po kurio laiko Jonas nebegalėjo atlikti jokio ėjimo. Keliais nuliais baigiasi gautųjų 10 skaičių sandauga? Koks yra paskutinis nenulinis tos sandaugos skaitmuo?

Sprendimas. Sandauga yra

$$10^{625}\cdot 20000^{625}\cdot 30000^{625}\cdot 200^{625}\cdot 50000^{625}\cdot 60000^{625}\cdot 70000^{625}\cdot 80000^{625}\cdot 300^{625}\cdot 100000^{625},$$

ji baigiasi $625\cdot(1+4+4+2+4+4+4+4+2+5+1)=21875$ nuliais, nenulinis skaitmuo sutampa su $(2\cdot 3\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 3)^{625}=(...8)^{625}$ paskutiniu skaitmeniu. Kadangi $8^4=...6,$ tai $(...8)^{625}$ baigiasi 8.

Ats.: 21875; 8.

3. Begalinė seka $a_1, a_2, a_3, ...$ apibrėžiama taip: $a_1=1,$ o $a_{n+1},$ kai $n=1,2,3,...,$ yra toks mažiausias natūralusis skaičius, kad skaičių $a_1, a_2, ..., a_{n+1}$ mažiausias bendrasis kartotinis yra didesnis už skaičių $a_1, a_2, ..., a_n$ mažiausią bendrą kartotinį. Išvardykite visus dviženklius skaičius, priklau–sančius sekai.

Sprendimas. Aišku, kad $a_2=2.$ Toliau eina $a_3=3,$ nes skaičių 1 ir 2 mažiausias bendrasis kartotinis yra 2, o skaičių 1, 2 ir 3 – skaičius 6, kuris yra didesnis už 2. Ketvirtas narys yra $a_4=4,$ penktas – $a_5=5.$ Bet $a_6=7,$ nes skaičius 6 netenkina sekos apibrėžimo – skaičių $a_1=1,$ $a_2=2,$ $a_3=3,$ $a_4=4,$ $a_5=5$ mažiausias bendrasis kartotinis yra 60, o skaičių 1, 2, 3, 4, 5 ir 6 – taip pat 60 (jis nėra didesnis už 60).

Nesunku įsitikinti, kad sekos nariais gali būti tik pirminiai skaičiai ir jų aukštesni laipsniai (kvadratai, kubai ir t. t.).

Ats.: Visi pirminių skaičių laipsniai: 11, 13, 16, 17, 19, 23, 25, 27, 29, 31, 32, 37, 41, 43, 47, 49, 53, 59, 61, 64, 67, 71, 73, 79, 81, 83, 89, 97.

4. Teigiami realieji skaičiai a ir b tenkina sąlygą $a+b=6.$ Kokia yra mažiausia sandaugos $\left(1+\frac{1}{a}\right)\left(1+\frac{1}{b}\right)$ reikšmė?

Sprendimas. Kadangi

$$\left(1+\frac{1}{a}\right)\left(1+\frac{1}{b}\right)=\frac{a+1}{a}\cdot\frac{b+1}{b}=\frac{ab+a+b+1}{ab}=\frac{ab+7}{ab}=1+\frac{7}{ab}=1+\frac{7}{a(6-a)}=1+\frac{7}{6a-a^2}=$$

$$=1+\frac{7}{9-(9-6a+a^2)}=1+\frac{7}{9-(a-3)^2},$$

tai esant $a=3$ sandaugos reikšmė yra mažiausia. Ji lygi $1+\frac{7}{9}=\frac{16}{9}.$

Ats.: $\frac{16}{9}.$

5. Realiųjų skaičių pora (x; y) tenkina lygybę $x + y = 12$ ir lygybę $x^3 + y^3 = 36$. Raskite $x^2 + y^2$.

Sprendimas. Kadangi $36 = x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2) = 12(x^2 - xy + y^2)$, tai $x^2 + y^2 = 3 + xy$.

Toliau:

$$12^3 = (x+y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x+y) = 36 + 3xy \cdot 12.$$

Iš čia išplaukia, kad $xy = 47$. Todėl $x^2 + y^2 = 50$.

Ats.: 50.

6. Penki moksleiviai sėdi prie apskrito stalo. Kiekvienas sugalvoja skaičių ir pasako jį tyliai kaimynams, o tada apskaičiuoja sužinotų skaičių vidurkį ir garsiai paskelbia.

Vieno tokio žaidimo metu pagal laikrodžio rodyklę buvo paskelbti skaičiai 1, 2, 3, 4 ir 5. Kokį skaičių sugalvojo moksleivis, kuris paskelbė skaičių 4?

Sprendimas. Tarkime, kad mokiniai, paskelbę vidurkius 1, 2, 3, 4, 5 sugalvojo skaičius *a*, *b*, *c*, *d* ir *e*. Tada $a + c = 4$, $b + d = 6$, $c + e = 8$, $d + a = 10$ ir $e + b = 2$. Iš čia gausime, kad $c = 4 - a$, $e = 8 - c = 4 + a$, $b = 2 - e = -2 - a$, $d = 6 - b = 8 + a$. Iš pastarosios lygybės ir lygybės $d + a = 10$ gauname, kad $8 + a = 10 - a$. Vadinasi, $a = 1$ ir $d = 9$.

Ats.: 9.

7. Seka $x_1, x_2, x_3, \ldots$ nusakoma taip:

$$x_1 = 2017, \quad x_2 = 2018, \quad x_3 = -2019,$$
$$x_n = x_{n-1} - x_{n-2} + x_{n-3} + n, \text{ kai } n > 3.$$

Raskite sumą $x_8 + x_{10}$.

Sprendimas. Pagal sekos narių formulę (kai $n > 3$) gauname, kad $x_n - x_{n-1} + x_{n-2} - x_{n-3} = n$, kai $n = 4, 5, 6, \ldots$. Todėl

$$x_4 - x_3 + x_2 - x_1 = 4,$$
$$x_5 - x_4 + x_3 - x_2 = 5,$$
$$x_6 - x_5 + x_4 - x_3 = 6,$$
$$x_7 - x_6 + x_5 - x_4 = 7,$$
$$x_8 - x_7 + x_6 - x_5 = 8,$$
$$x_9 - x_8 + x_7 - x_6 = 9,$$
$$x_{10} - x_9 + x_8 - x_7 = 10.$$

Sudėję (atskirai kairiąsias ir dešiniąsias puses) gausime lygybę

$$-x_1 - x_3 + x_8 + x_{10} = 49,$$

iš kurios išplaukia, jog $x_8 + x_{10} = 49 + 2017 - 2019 = 47$.

Ats.: 47.

8. Realiųjų skaičių $a_1, a_2, ..., a_n$ *Cezario suma* vadinamas skaičius

$$\frac{S_1+S_2+...+S_n}{n};\ \text{čia}\ S_1=a_1,\ \ S_m=a_1+...+a_m,\ \ m=2,...,n.$$

Raskite skaičių $1, a_1, a_2, ..., a_{99}$ Cezario sumą, jeigu skaičių $a_1, a_2, ..., a_{99}$ Cezario suma lygi 100.

Sprendimas. Skaičių $a_1, a_2, ..., a_{99}$ Cezario suma yra skaičius

$$\frac{a_1+(a_1+a_2)+(a_1+a_2+a_3)+...+(a_1+a_2+a_3+...+a_{99})}{99}=\frac{99a_1+98a_2+97a_3+...+a_{99}}{99}.$$

Kadangi ši suma lygi 100, gauname, kad

$$99a_1+98a_2+97a_3+...+a_{99}=9900$$

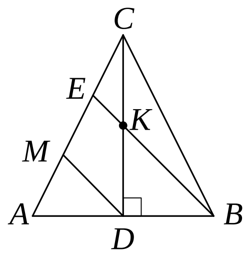
Skaičiuodami skaičių $1, a_1, a_2, ..., a_{99}$ Cezario sumą, gauname:

$$\frac{1+(1+a_1)+(1+a_1+a_2)+(1+a_1+a_2+a_3)+...+(1+a_1+a_2+a_3+...+a_{99})}{100}=$$

$$=\frac{100+99a_1+98a_2+97a_3+...+a_{99}}{100}=\frac{100+9900}{100}=100.$$

Ats.: 100.

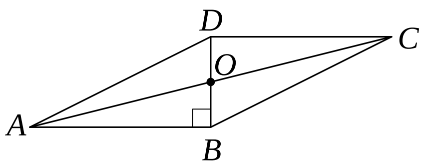
9. Taškas K yra lygiašonio trikampio ABC, $AC=BC$, aukštinės CD vidurio taškas, tiesė BK kerta kraštinę AC taške E. Raskite santykį $AE:EC$.



Sprendimas. Nubrėžiame tiesę $DM \parallel BE$, $M \in AC$. Kadangi atkarpa AB yra duotojo trikampio pagrindas, tai aukštinė yra ir pusiaukraštinė, taigi taškas D yra kraštinės AB vidurys. Pagal Talio teoremą iš sąlygos $AD=DB$ išplaukia, kad $AM=ME=EC$, todėl $AE:EC=2:1$.

Ats.: 2:1.

10. Lygiagretainio $ABCD$ kraštinė AB ir įstrižainė BD yra statmenos, $AB=a$, $AD=b$. Raskite įstrižainės AC ilgį.



Sprendimas. Kadangi trikampis ABD statusis, tai jo statinis $BD=\sqrt{AD^2-AB^2}=\sqrt{b^2-a^2}$. Sakykime, kad taškas O yra lygiagretainio įstrižainių sankirtos taškas, tuomet $OB=\frac{1}{2}\sqrt{b^2-a^2}$. Stačiajam trikampiui AOB taikome Pitagoro teoremą ir gauname, kad $AO^2=AB^2+BO^2=a^2+\frac{1}{4}(b^2-a^2)=\frac{1}{4}(3a^2+b^2)$. Kadangi $AC=2AO$, tai $AC=\sqrt{3a^2+b^2}$.

Ats.: $\sqrt{3a^2+b^2}$.

PASVALIO KRAŠTO
21-OJI KOMANDINĖ MATEMATIKOS OLIMPIADA
PROFESORIAUS BRONIAUS GRIGELIONIO
TAUREI LAIMĖTI

Pasvalys, 2019 m. lapkričio 22 d.

UŽDAVINIŲ SPRENDIMAI
vyresniųjų klasių mokiniams

1. Mieste į kiekvieną sankryžą sueina 3 gatvės. Kiekviena gatvė nudažyta viena iš trijų spalvų taip, kad į kiekvieną sankryžą sueitų visų trijų spalvų gatvės.

Iš miesto išeina 3 gatvės. Įrodykite, kad jos yra skirtingų spalvų.

Įrodymas. Kiekvieną gatvę padalykime į dvi pusgatves ir gausime, kad kiekvienos spalvos pusgatvių skaičius yra lyginis.

Tarkime, kad n yra sankryžų skaičius, o m_i, $i=1, 2, 3,$ yra i-tos spalvos išorinių (išeinančių iš miesto) pusgatvių skaičius. Taigi tos pačios spalvos pusgatvių skaičius yra $n+m_i$, $i=1, 2, 3.$

Kadangi skaičiai $n+m_i$, $i=1, 2, 3,$ yra lyginiai, tai m_1, m_2 ir m_3 yra vienodo lyginumo. Bet $m_1+m_2+m_3=3.$ Vadinasi, $m_1=m_2=m_3=1.$ Kitaip sakant, visos trys iš miesto išeinančios gatvės yra skirtingų spalvų.

2. Parabolės lygties $y=ax^2+33x=x(ax+33)$ koeficientas a yra sveikasis skaičius. Žinoma, kad jei $(x; y)$, $x\in\mathbf{N}$, $y\in\mathbf{N}$, yra šios parabolės taškas, tai y yra pirminis skaičius. Raskite skaičių a.

Sprendimas. Tegu $y=ax^2+33x=x(ax+33)$ yra pirminis skaičius ir $x\in\mathbf{N}$. Vadinasi, $ax+33>0.$

Galimi du atvejai: 1) $x=1$ ir 2) $ax+33=1.$

Jei $x=1$, tai $ax+33$ turi būti pirminis skaičius.

Jei $ax+33=1,$ tai $ax=-32.$ Skaičius 32 turi tik vieną pirminį daliklį – skaičių 2, todėl $x=2$ ir $a=-16.$

Kadangi $-16+33=17$ yra pirminis skaičius, tai ieškomas parabolės lygties koeficientas yra $a=-16.$

Ats.: $a=-16.$

3. Žinoma, kad skaičiai a, b yra natūralieji, o skaičius $p<10000$ yra pirminis. Lygtis $x^2-p\cdot 2^a x+2^b=0$ turi du skirtingus natūraliuosius sprendinius x. Raskite visas galimas skai–čiaus p reikšmes.

Sprendimas. Pagal Vijeto teoremą, lygties sprendiniai yra skirtingi dvejeto laipsniai, todėl $p=1+2^c$, kur skaičius c natūralusis. Kai c nelyginis, tai p dalijasi iš 3, ir $p=3$ $(b=2a+1).$ Jei c lyginis, randame $p=5, 17, 257$ (65 ir 1025 netinka, nes dalijasi iš 5, o 4097 netinka, nes dalijasi iš 17).

Ats.: 3, 5, 17, 257.

4. Šachmatų turnyre dalyvavo studentai ir dėstytojai. Kiekvienas dalyvis žaidė po 1 kartą su kiekvienu kitu turnyro dalyviu. Už laimėtą partiją skiriamas 1 taškas, už lygiąsias – 0,5 taško, o už pralaimėtą – 0 taškų.

Dėstytojai sudarė 25 % turnyro dalyvių skaičiaus, o studentai surinko 1,2 karto daugiau taškų negu dėstytojai. Kiek studentų ir kiek dėstytojų dalyvavo šiame turnyre?

Sprendimas. Tegu n yra turnyro dalyvių skaičius. Tada $0{,}25n$ yra dėstytojų skaičius, $0{,}75n$ – studentų skaičius, o $\frac{n(n-1)}{2}$ – bendras sužaistų partijų (taigi ir bendras surinktų taškų) skaičius. Aišku, kad skaičius n turi dalytis iš 4.

Tik tarp dėstytojų ir tik tarp studentų sužaistų partijų skaičius yra atitinkamai

$$\frac{0{,}25n(0{,}25n-1)}{2}=\frac{n(n-4)}{32} \quad \text{ir} \quad \frac{0{,}75n(0{,}75n-1)}{2}=\frac{3n(3n-4)}{32}.$$

Studentai su dėstytojais sužaidė $0{,}25n\cdot 0{,}75n=\frac{3n^2}{16}$ partijų.

Tegu x yra taškų, kuriuos studentai surinko žaisdami su dėstytojais, skaičius. Tada $\frac{3n^2}{16}-x$ yra dėstytojų surinktų taškų skaičius žaidžiant su studentais. Aišku, $x\ge 0$ ir $x\le\frac{3n^2}{16}$. Be to, x gali būti sveikasis skaičius arba mišrusis, kurio trupmeninė dalis 0,5.

Pagal uždavinio sąlygą,

$$\frac{3n(3n-4)}{32}+x=1{,}2\left(\frac{n(n-4)}{32}+\frac{3n^2}{16}-x\right).$$

Iš čia gauname:

$$2{,}2x=1{,}2\left(\frac{n(n-4)}{32}+\frac{3n^2}{16}\right)-\frac{3n(3n-4)}{32},$$

$$11x=6\cdot\frac{n(n-4)+6n^2}{32}-\frac{15n(3n-4)}{32},$$

$$11x=\frac{3n(12-n)}{32},$$

$$2x=\frac{3n(12-n)}{11\cdot 16}.$$

Matome, kad 12 yra vienintelė n reikšmė, kuriai esant $2x$ yra sveikasis skaičius $(x=0)$. Taigi bendras turnyro dalyvių skaičius buvo 12, o visą dalyvių sąrašą sudarė 9 studentai ir 3 dėstytojai.

Ats.: 9 studentai ir 3 dėstytojai.

5. Natūraliųjų skaičių sekoje $a_1, a_2, ..., a_{25}$ bet kurių dviejų gretimų skaičių suma yra arba 100, arba 101. Kiek yra tokių sekų, kur $a_1=1,\ a_{25}=12$?

Sprendimas. Sekoje $a_1, a_3, a_5, ..., a_{25}$ bet kurių dviejų gretimų narių skirtumo modulis yra ne didesnis už 1. Čia $a_3\ge a_1$. Jei $a_5=a_3-1$, tai $a_5<2$ ir $a_{25}<2+1+...+1=12$. Todėl $a_5\ge a_3$ ir analogiškai $a_5\le a_7\le ...\le a_{25}$. Tada nelygybių sekoje $a_1\le a_3\le ...\le a_{25}$ lygiai viena (bet kuri) nelygybė virsta lygybe. Pasirinkus i ir lygybę $a_i=a_{i+2}$, visi a_i apibrėžiami vienareikšmiškai, išskyrus a_{i+1}, kuris gali įgyti dvi skirtingas reikšmes. Taigi iš viso yra $12\cdot 2=24$ sekos.

Ats.: 24.

6. Raskite $r^3+\frac{1}{r^3}$, jei $\sqrt[3]{r}+\frac{1}{\sqrt[3]{r}}=3.$

Sprendimas. Keldami kubu, gauname:

$$27=\left(\sqrt[3]{r}+\frac{1}{\sqrt[3]{r}}\right)^3=r+3\left(\sqrt[3]{r}+\frac{1}{\sqrt[3]{r}}\right)+\frac{1}{r}=r+\frac{1}{r}+9.$$

Iš čia išplaukia, kad $r+\frac{1}{r}=18.$

Vėl keldami kubu, gauname, jog

$$18^3=\left(r+\frac{1}{r}\right)^3=r^3+3\left(r+\frac{1}{r}\right)+\frac{1}{r^3}=r^3+\frac{1}{r^3}+54.$$

Vadinasi, $r^3+\frac{1}{r^3}=5778.$

Ats.: 5778.

7. Lentoje yra užrašyti skaičiai 1, 2, 3, …, 2019. Iš pradžių pasirenkami bet kurie du skaičiai, sakykim, x ir y ir vietoj jų užrašomas skirtumo modulis $|x-y|$. Pavyzdžiui, 5 ir 1000 keičiami skaičiumi $|5-1000|=995.$ Tada vėl pasirenkami bet kurie du skaičiai ir jie keičiami skirtumo moduliu. Po 2018 žingsnių lentoje lieka tik vienas skaičius. Įrodykite, kad jis yra lyginis.

Įrodymas. Lentoje užrašytų skaičių 1, 2, 3, …, 2019 suma

$$1+2+3+\ldots+2019=\frac{(1+2019)\cdot 2019}{2}=1010\cdot 2019$$

yra lyginis skaičius.

Tegu x ir y $(x\geq y)$ yra pasirinkti skaičiai, kurie keičiami skirtumo moduliu $|x-y|=x-y.$ Lentoje buvusių skaičių suma sumažėja dydžiu $x+y-(x-y)=2y,$ taigi lyginiu skaičiumi. Ir taip bus po kiekvieno žingsnio.

Vadinasi, po 2018 žingsnių likęs lentoje vienintelis skaičius tikrai yra lyginis.

8. Raskite visas natūraliųjų skaičių poras $(m;\,n),$ kurios tenkina lygybę $mn=12m+14n+1.$

Sprendimas. Kadangi turi būti

$mn-12m-14n-1=0$ ir

$mn-12m-14n-1=(mn-14n)-(12m-12\cdot 14)-12\cdot 14-1=n(m-14)-12(m-14)-169=$

$=(m-14)(n-12)-169,$

ieškomoms poroms $(m;\,n)$ rasti pakanka išspręsti (sveikaisiais skaičiais) lygtį

$$(m-14)(n-12)=169.$$

Skaičius 169 yra pirminio skaičiaus 13 kvadratas, todėl galimi tik šie atvejai:

1) $m-14=1,\quad n-12=169;$

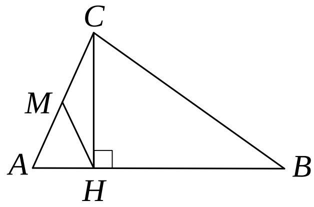
2) $m-14=169,\quad n-12=1;$

3) $m-14=13,\quad n-12=13.$

Taigi $(m;\,n)\in\{(15;\,181),(183;\,13),(27;\,25)\}.$

Ats.: $(m;\,n)\in\{(15;\,181),(183;\,13),(27;\,25)\}.$

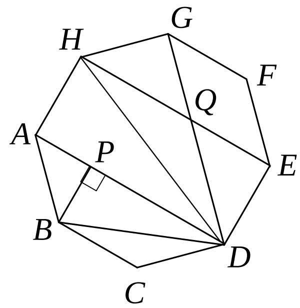
9. Atkarpa *CH* yra trikampio *ABC* aukštinė, taškas *M* yra kraštinės *AC* vidurio taškas. Raskite kampo *BAC* didumą, jei $AM = AH$.



Sprendimas. Taškas *M* yra stačiojo trikampio *ACH* įžambinės *AC* vidurio taškas, todėl $AM = MH$. Iš sąlygos $AM = AH$ išplaukia, kad trikampis *AMH* yra lygiakraštis, todėl $\angle BAC = 60^{\circ}$.

Ats.: 60°.

10. Taisyklingojo aštuonkampio *ABCDEFGH* įstrižainės *DG* ir *EH* susikerta taške *Q*, atkarpa *BP* yra trikampio *ABD* aukštinė. Raskite trikampių *GQH* ir *APB* plotų santykį.



Sprendimas. Pastebėkime, kad duotasis taisyklingasis aštuoniakampis yra simetriškas įstrižainės *DH* atžvilgiu, taigi atkarpa *DH* yra apie taisyklingąjį aštuoniakampį apibrėžto apskritimo skersmuo. Iš čia išplaukia, kad $\angle DAH = \angle HGD = 90^{\circ}$. Kadangi taisyklingojo aštuoniakampio vidaus kampas lygus 135°, tai $\angle PAB = \angle GHE = 135^{\circ} - 90^{\circ} =$ 45°. Iš čia išplaukia, kad statieji lygiašoniai trikampiai *ABP* ir *HQG* yra panašieji, o panašiųjų trikampių plotų santykis lygus jų atitinkamų kraštinių kvadratų santykiui. Taigi ieškomasis plotų santykis lygus tų trikampių statinių kvadratų santykiui $HG^2 : AP^2 = AB^2 : AP^2 = 2$.

Ats.: 2.