



PASVALIO KRAŠTO  
20-OJI KOMANDINĖ MATEMATIKOS OLIMPIADA  
PROFESORIAUS BRONIAUS GRIGELIONIO  
TAUREI LAIMĖTI

Pasvalys, 2018 m. lapkričio 23 d.

**UŽDAVINIAI**  
**jaunesniųjų klasių mokiniams**

- Vaikas skaičiavo reiškinio  $\frac{a+b}{c}$  reikšmę su skaičiuotuvu, pasirinkęs konkrečius natūraliuosius skaičius  $a$ ,  $b$  ir  $c$ . Nežinodamas, kokia tvarka skaičiuotuvą atlieka sudėties ir dalybos veiksmus, jis iš eilės paspaudė klavišus  
 $\boxed{a}$ ,  $\boxed{+}$ ,  $\boxed{b}$ ,  $\boxed{:}$ ,  $\boxed{c}$ ,  $\boxed{=}$   
ir pamatė atsakymą 11. Pasitikrindamas jis sukeitė vietomis  $a$  ir  $b$ , paspaudė klavišus  
 $\boxed{b}$ ,  $\boxed{+}$ ,  $\boxed{a}$ ,  $\boxed{:}$ ,  $\boxed{c}$ ,  $\boxed{=}$   
ir labai nustebė, pamatęs atsakymą 14. Kokią reiškinio  $\frac{a+b}{c}$  reikšmę turėjo gauti vaikas?
- Natūralusis skaičius  $a$  turi 2 skaitmenis, natūralusis skaičius  $b$  turi  $a$  skaitmenų, o natūralusis skaičius  $c$  turi  $b$  skaitmenų. Kokia yra mažiausia  $c$  reikšmė?
- Raskite 5 natūraliuosius skaičius  $a, b, c, d, e$  ( $a < b < c < d < e$ ), kurie tenkina lygybę  
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} = 1.$$
- Jono ir Jauniaus amžių (metais) santykis yra 3:1. Prieš 3 metus jis buvo 4:1. Po kelių metų Jono ir Jauniaus amžių santykis bus 2:1?
- Jokūbas, Alisa ir Vilius nusipirko trijų skirtingų rūšių saldainių. Jokūbas už vieną eurą nusipirko 4 šokoladinius saldainius, karamelę ir irisą. Alisa už 70 euro centų nusipirko 3 irisus, 2 šokoladinius saldainius ir karamelę, o Vilius už 50 euro centų nusipirko 2 karamelės ir šokoladinį saldainį. Kiek kainuoja karamelė?
- Keturi moksleiviai  $A, B, C$  ir  $D$  dalyvavo bėgimo varžybose. Moksleivis  $A$  pasakė, kad jis finišavo pirmas,  $B$  – kad jis finišavo ketvirtas,  $C$  – kad finišavo ne pirmas ir ne ketvirtas, o  $D$  – kad finišavo ne ketvirtas. Žinoma, kad trys moksleiviai sakė tiesą, o vienas – pamelavo. Kuris moksleivis finišavo pirmas, o kuris paskutinis?
- Kiek yra penkiaženkliai skaičiai, sudaryti iš skirtingų skaitmenų, tarp kurių yra skaitmuo 3?
- Kiek sveikųjų sprendinių  $(a; b; c; d; e)$  turi lygtis  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = 13$ ?
- Lygiagretainio  $ABCD$  kraštinės  $DA$  tęsinyje už taško  $A$  pažymėtas taškas  $P$ . Tiesė  $PC$  kerta atkarpas  $AB$  ir  $BD$  atitinkamai taškuose  $Q$  ir  $R$ . Raskite  $RC$ , jei  $RP = m$ ,  $RQ = n$ .
- Stačiojo trikampio  $ABC$  statiniai  $AC = 5$ ,  $BC = 12$ . Apskritimas, kurio centras  $M$  yra statinio  $AC$  taškas, liečia statinį  $BC$  taške  $C$  ir įžambinę  $AB$  taške  $N$ . Raskite to apskritimo spindulį.



PASVALIO KRAŠTO  
20-OJI KOMANDINĖ MATEMATIKOS OLIMPIADA  
PROFESORIAUS BRONIAUS GRIGELIONIO  
TAUREI LAIMĖTI

Pasvalys, 2018 m. lapkričio 23 d.

**UŽDAVINIAI**  
vyresniųjų klasių mokiniam

1. Plokštumoje pažymėti 9 taškai: keturios kvadrato viršūnės, to kvadrato visų kraštinių vidurio taškai ir jo įstrižainių susikirtimo taškas. Kiek iš viso yra trikampių, kurių viršūnės yra trys iš 9 pažymėtųjų taškų? Keli iš jų yra statieji?
2. Keturi moksleiviai  $A, B, C$  ir  $D$  dalyvavo bėgimo varžybose. Moksleivis  $A$  pasakė, kad jis finišavo pirmas,  $B$  – kad jis finišavo ketvirtas,  $C$  – kad finišavo ne pirmas ir ne ketvirtas, o  $D$  – kad finišavo ne ketvirtas. Žinoma, kad trys moksleiviai sakė tiesą, o vienas – pamelavo. Kuris moksleivis finišavo pirmas, o kuris paskutinis?
3. Kiek yra natūraliųjų skaičių porų  $(a; b)$ , kurioms esant kvadratinės lygties  $ax^2 - 10x + b = 0$  sprendiniai yra natūralieji skaičiai?
4. Teigiami realieji skaičiai  $a$  ir  $b$  tenkina sąlygą  $\frac{1}{a^2 + 4b + 4} + \frac{1}{b^2 + 4a + 4} = \frac{1}{8}$ . Raskite didžiausią sumos  $a + b$  reikšmę.
5. Kiek yra sveikųjų skaičių porų  $(x; y)$ , kurios tenkina lygtį  $x^2 + y^2 + xy - x + y = 2$ ?
6. Raskite 5 natūraliuosius skaičius  $a, b, c, d, e$  ( $a < b < c < d < e$ ), kurie tenkina lygybę
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} = 1.$$
7. Kalėdų Senelis siūlo vaikui pasirinkti du teigiamus realiuosius skaičius  $x$  ir  $y$  ir duoda jam tiek kilogramų saldinių, koks yra mažiausias iš skaičių  $x$ ,  $y + \frac{1}{x}$  ir  $\frac{1}{y}$ . Kokį didžiausią saldinių kiekį gali gauti vaikas?
8. Sakykime, kad  $n$  yra natūralusis skaičius,  $a_1 = n$ ,  $a_2 = \left[\frac{a_1}{3}\right]$ ,  $a_3 = \left[\frac{a_2}{3}\right]$  ir  $a_4 = \left[\frac{a_3}{3}\right]$ ; čia [...] žymi skaičiaus sveikąją dalį (didžiausią sveikąjį skaičių, ne didesnę už jį). Kiek yra natūraliųjų skaičių  $n$  aibėje  $\{1; 2; 3; \dots; 1000\}$  tokių, kad nė vienas iš skaičių  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  ir  $a_4$  nesidalija iš 3?
9. Taškas  $D$  yra lygiašonio trikampio  $ABC$  pagrindo  $AB$  viduryje,  $AE$  yra trikampio  $ABC$  pusiaukampinė. Žinoma, kad  $AE = 2CD$ . Raskite trikampio  $ABC$  kampų didumus.
10. Taškai  $D$  ir  $E$  yra trikampio  $ABC$  kraštinėse – atitinkamai  $BC$  ir  $AB$ , tiesės  $AD$  ir  $CE$  susikerta taške  $S$ . Raskite trikampio  $ABC$  plotą, jei trikampių  $ACS$ ,  $DCS$  ir  $AES$  plotai yra lygūs atitinkamai 6, 4 ir 3.