

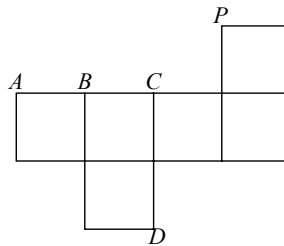


Rietavo pirmoji komandinė matematikos olimpiada mokytojo Kazio Šikšniaus taurei laimėti

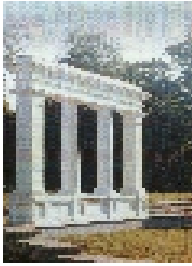
Rietavas, 2002 m. sausio 26 d.

Užduotis jaunesniųjų klasių moksleiviams

1. Skritulyje išvestos dvi tarpusavyje statmenos stygos AB ir CD . Jų galai sujungti atkarpomis BD ir AC . Iš atkarpos BD vidurio taško per stygų AB ir CD susikirtimo tašką išvesta tiesė. Įrodykite, kad ši tiesė atkarpą AC kerta statmenai.
2. Kamuolys, kurio skersmuo 29 cm, padėtas ant grindų taip, kad liestų ir kambario sieną. Ar pro susidariusį tarpą galima praridenti 5 cm skersmens rutuliuką?
3. Jeigu iš šios išklotinės sulankstytume kubą, su kuriuo iš taškų A, B, C ar D sutaptų taškas P ?



4. Įrodykite, kad $\left(1 + \frac{1}{m}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right) \geq 4$, jei $m > 0$, $n > 0$ ir $m \cdot n = 1$.
5. Įrodykite, kad skaičius $40 \cdot 66 \cdot 96 + 53 \cdot 83 \cdot 109$ nėra pirminis (natūralusis skaičius vadinamas pirminiu, jeigu jis dalijasi tik iš savęs ir iš vieneto; skaičius 1 nelaikomas pirminiu).
6. Raskite mažiausią natūralųjį skaičių, kurio paskutinįjį skaitmenį, lygų 6, perkėlus į pradžią, jis padidėja 4 kartus.
7. Kiek mažiausiai dėmenų gali būti, kad galiotų lygybė $STOK + STOK + \dots + STOK = \dot{E}\dot{E}\dot{E}\dot{E}\dot{E}\dot{E}$ (čia skirtingos raidės reiškia skirtingus skaitmenis)?
8. Mokiniai buvo pateikti spręsti 20 uždavinių. Už kiekvieną teisingai išspręstą uždavinį mokinys gauna 8 taškus, už kiekvieną neteisingai spręstą - atimami 5 taškai. Už nespęstus uždavinius taškai neskiriami ir neatimami. Mokinys surinko 13 taškų. Kiek uždavinių jis išsprendė?
9. Verslininkas Jonas Rietaviškis kiekvieno mėnesio pabaigoje užsirašo pajamų ir išlaidų skirtumą (saldo) S_i , $i = 1, 2, \dots, 12$. Ar gali atsitikti taip, kad bet kurių penkių iš eilės einančių skaičių S_i suma yra neigiama, o visų jų suma $S_1 + S_2 + \dots + S_{12}$ - teigiama?
10. Iš taško M žmogus nuėjo 5 km į pietus, po to - 5 km į vakarus, o nuėjęs dar 5 km į šiaurę, atsidūrė tame pačiame taške M . Kokie Žemės rutulio taškai turi šią savybę?



Rietavo pirmoji komandinė matematikos olimpiada mokytojo Kazio Šikšniaus taurei laimėti

Rietavas, 2002 m. sausio 26 d.

Užduotis vyresniųjų klasių moksleiviams

1. Verslininkas Jonas Rietaviškis kiekvieno mėnesio pabaigoje užsirašo pajamų ir išlaidų skirtumą (saldo) S_i , $i = 1, 2, \dots, 12$. Ar gali atsitikti taip, kad bet kurių penkių iš eilės einančių skaičių S_i suma yra neigiama, o visų jų suma $S_1 + S_2 + \dots + S_{12}$ - teigiama?
2. Trikampio kraštinės yra 29, 25 ir 6 cm ilgio. Per kraštinių vidurio taškus nubrėžtas apskritimas. Raskite šio apskritimo spindulį.
3. Kiek sveikųjų sprendinių turi lygtis $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{10}$?
4. Kokie skaičiaus $25^{2001} + 76^{2002}$ paskutiniai du skaitmenys?
5. Kiek yra triženkliai skaičiai su nelygiais nuliui skaitmenimis, kurių vienas skaitmuo yra lygus kitų dviejų sumai?
6. Keliais nuliais baigiasi skaičius $100!$?
7. Įrodykite, kad skaičius $\underbrace{111\dots 1}_{5n}$, $n \in \mathbb{N}$, dalijasi iš 41.
8. Išspręskite lygtį $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 1$.
9. Lietaus šalies gyventojų abėcėlėje yra tik trys raidės **L**, **I** ir **S**. Žodžiai iš jų sudaromi taip, kad trys vienodos raidės negali būti parašytos greta. Kiek šešiaraidžių žodžių yra Lietaus šalies gyventojų kalboje?
10. Šešių skirtingų skaičių rinkinys yra toks, kad kiekvieną jo skaičių pakeitus likusiųjų suma vėl gaunamas tas pats skaičių rinkinys.
 - 1) Raskite nors vieną tokių skaičių rinkinį.
 - 2) Įrodykite, kad tokio rinkinio visų skaičių sandauga yra neigiama.