

5. Kuris iš penkių žemiau pateikiamų reiškinių yra lygus reiškiniui $(x + y + z)^3 - x^3 - y^3 - z^3$?

(A) $3x^2(y + z) + 3y^2(x + z) + 3z^2(x + y)$

(B) $3x(y + z)^2 + 3y(x + z)^2 + 3z(x + y)^2$

(C) $3(x + y)(x + z)(y + z)$

(D) $3x(y^2 + z^2) + 3y(x^2 + z^2) + 3z(x^2 + y^2)$

(E) $3xy(1 - z) + 3xz(1 - y) + 3yz(1 - x)$

6. Matematikų komanda dalyvauja plažo aritmetikos varžytuvėse, kur už pergalę skiriami 3 taškai, už lygiąsias duodamas 1 taškas, o už pralaimėjimą taškų, suprantama, visai neduodama. Šimkaičių plažo aritmetikos komanda po pirmųjų 13 rungtynių sukaupė 29 taškus ir pralaimėjo tiek pat rungtynių kaip ir sužaidė lygiomis. Kiek rungtynių tuo metu buvo laimėjusi Šimkaičių plažo aritmetikos komanda?

(A) 6

(B) 4

(C) 10

(D) 8

(E) 9

7. Triženklis skaičius abc yra pirminis skaičius. Kiek pirminių daliklių turi 6-ženklis skaičius $abcabc$? Primename, kad skaičius yra pirminis, jeigu jis tesidalija tik iš 1 ir pats iš savęs.

(A) 4

(B) 5

(C) 10

(D) 6

(E) 8

8. Prie Tytuvėnų vienuolyno susibūrusi jaunimėlio grupė „Žinom, kam triūsiam krutam“, kurioje nenuleisdami rankų triūsė 17 stropuolių, padarė lyginį skaičių Kalėdinių dovanėlių aplinkinių vietovių seneliams bei stokojantiems. Pastabioji ir nenuilstančioji visų šių gerųjų reikalų iniciatorė Magdalena Raseiniškė iš karto visiems atvirai pasakė, kad kiekvieną dovanėlę kiekvienas vaikas tikrai darė vienas pats – nuo sumanymo iki pat įpakavimo. Be to, ji dar neklystamai nustatė, kad, kaip bežiūrėsi, bet kuri 5 vaikų grupelė tikrai nepadarė daugiau negu 25 dovanėles, o bet kuri 3 vaikų grupelė – mažiau kaip 14 dovanėlių. Kiek iš viso dovanėlių sukaupė ši 17 geradarių grupė „Žinom, kam triūsiam krutam“? Atsakyme, kad būtų dar trumpiau, užrašykite tik padarytųjų dovanėlių skaičiaus vienetų skaitmenį. Tas padarytųjų dovanėlių skaičiaus vienetų skaitmuo yra:

(A) 8

(B) 6

(C) 4

(D) 2

(E) 0

9. Į natūralųjį skaičių 68 skaičius 13 telpa 5 kartus ir dar lieka 3 vienetų didumo liekana. Kitaip tariant, $68 = 5 \cdot 13 + 3$. Šiuo atveju moksle yra visada pasakoma ir dar pakartojama, kad skaičiaus 68 dalybos iš 13 (nepilnasis) dalmuo yra 5, o liekana yra 3. Vieną tokį natūralųjį skaičių N Raseinių centre padalijus iš 7 (nepilnojo) dalmens ir (nenulinės) liekanos suma pasirodė esanti lygi 10. Tą patį skaičių N jau kitą dieną, dabar jau Ariogalos priemiesčiuose padalijus iš 11, (nepilnojo) dalmens ir (nenulinės) liekanos suma vėl išėjo lygi 10. Visi tuo labai stebėjosi. Ar tikrai taip gali būti? Kam yra lygus skaičius N ? Atsakyme nurodykite to paslaptingojo skaičiaus N visų skaitmenų sumą. Toji paslaptingojo skaičiaus visų skaitmenų suma yra:

(A) 14

(B) 12

(C) 8

(D) 6

(E) 4

10. Tytuvėnų profiliuoto matematinio darželio „Vienuolyno rimtis ir išmintis“ biblioteka, rėmėjo Aritmūno remiama, įsigijo lygiai 100 leidinių: aritmetikos pratybų sąsiuvinių, algebros vadovėlių bei geometrijos enciklopedijų, kainavusių atitinkamai po 1, po 10 ir po 50 eurų. Už tuos visus 100 leidinių buvo sumokėta lygiai 500 eurų. Kiek algebros vadovėlių buvo nupirkta?

(A) 42

(B) 39

(C) 32

(D) 50

(E) 10

**SEPTYNIOLIKTOJI RUDENINĖ INDIVIDUALIOJI RASEINIŲ KRAŠTO OLIMPIADA
PROFESORIAUS JONO KUBILIAUS TAUREI LAIMĖTI**

Raseiniai, 2016-10-18

Kiekviename uždavinyje ne tik nurodykite atsakymą, bet ir pagrįskite, kodėl jis teisingas.

1. Du patyrę Raseinių penktokai sykį susiginčijo, ar galėtų kas surasti tokius du triženklus skaičius, kurių suma dalytųsi (net) iš 498, o jų dalmuo, kuris yra sveikasis skaičius, dalytųsi (dar) ir iš 5. Negi tikrai galima rasti tokius skaičius?

2. Apie natūralųjį skaičių A visiems išsilavinusiems vadžgiriečiams kartą buvo pranešta, kad iš trijų apie jį pasakytų dalykų kažkurie du yra teisingi, o tas (likęs) trečias – ne. Tie trys pasakytieji dalykai yra tokie:

(P) $A + 51$ yra tikslusis kvadratas;

(Q) paskutinysis skaičiaus A skaitmuo yra 1;

(R) $A - 38$ yra tikslusis kvadratas.

Raskite visus tokius skaičius A .

3. Prie Tytuvėnų vienuolyno susibūrusi jaunimėlio grupė „Žinom, kam triūsiam krutam“, kurioje nenuleisdami rankų triūsė 17 stropuolių, padarė lyginį skaičių Kalėdinių dovanėlių aplinkinių vietovių seneliams bei stokojantiems. Pastabioji ir nenuilstančioji visų šių gerųjų reikalų iniciatorė Magdalena Raseiniškė iš karto visiems atvirai pasakė, kad kiekvieną dovanėlę kiekvienas vaikas tikrai darė vienas pats – nuo sumanymo iki pat įpakavimo. Be to, ji dar neklystamai nustatė, kad, kaip bežiūrėsi, bet kuri 5 vaikų grupelė tikrai nepadare daugiau negu 25 dovanėles, o bet kuri 3 vaikų grupelė – mažiau kaip 14 dovanėlių. Kiek iš viso dovanėlių sukaupe ši 17 geradarių grupė „Žinom, kam triūsiam krutam“?

4. Vienoje garsioje Jurbarko gimnazijoje buvo ne juokais tikima, kad kiekvienas susikaupęs giedro veido septintokas gali visiškai savarankiškai, be kitų pagalbos ar kokios įkyrios globos susigaudyti, kuris iš penkių žemiau pateikiamų reiškinių yra lygus reiškiniui $(x + y + z)^3 - x^3 - y^3 - z^3$.

(A) $3x^2(y + z) + 3y^2(x + z) + 3z^2(x + y)$

(B) $3x(y + z)^2 + 3y(x + z)^2 + 3z(x + y)^2$

(C) $3(x + y)(x + z)(y + z)$

(D) $3x(y^2 + z^2) + 3y(x^2 + z^2) + 3z(x^2 + y^2)$

(E) $3xy(1 - z) + 3xz(1 - y) + 3yz(1 - x)$

5. Šasiuvinyje, suliniuotame langeliais, vienas Kryžkalnio vaikas, vardu Gabrielius, nusibrėžė 5×5 kvadratą, visiškai tokį, koks čia yra pavaizduotas apačioje:

Gabrieliumi kažkodėl ėmė atrodyti, kad šį kvadratą yra tikrai įmanoma – karpant įprastiniu būdu pagal langelių linijas – padalinti į 7 stačiakampius, kurie dar būtų visi skirtingi (stačiakampiai 4×5 ir 5×4 laikomi vienodais). Negi tai tikrai įmanoma ir Gabrieliumi gali pasisekti tai padaryti? Jei tai įmanoma, tai parodykite mums, kaip Gabrielius kerpa, o jei neįmanoma, tai suprantamai paaiškinkite, kodėl taip yra.