

**KETURIOLIKTOJI RUDENINĖ KOMANDINĖ RASEINIŲ KRAŠTO
OLIMPIADA PROFESORIAUS JONO KUBILIAUS TAUREI LAIMĖTI
Raseiniai, 2013-10-25**

1. Šimkaičiuose jau nuo Vytauto Didžiojo laikų būdavo sakoma, kad sveikasis skaičius A (visai nesvarbu, ar jis teigiamas, ar neigiamas, ar nulis) yra šio to vertas, jeigu skaičius $A + 7$ dalijasi be liekanos iš skaičiaus $A + 3$.

Sakysime, skaičius 1 Šimkaičiuose tikrai yra šio to vertas, nes $1 + 7 = 8$ dalijasi be liekanos iš $1 + 3 = 4$, nes niekas nuo Veliuonos iki Velingtono neabejoja, kad $8 : 4 = 2$. Kiek iš viso yra tokių sveikųjų skaičių, kurie Šimkaičiuose yra laikomi šio to vertais?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 7 (E) 6

2. Istorikai liudija, kad Tytuvėnų vienuolyno mokykloje mokyti vienuoliai skyriui baigiantis visiems, kas troško mokytis toliau, pateikdavo spręsti tokį skaičių dėlionės po tris uždavinį. Žemiau pateikiama paslaptinga to uždavinio sąlyga.

Kažkur toli, labai toli, bet, sako, dar Žemaičių vyskupystės žemėse, akmenyje yra iškalti tokie 6 sveikieji skaičiai (sako, nebūtinai visi skirtingi), iš kurių mes kiekvieną kartą vis kitaip renkamės po tris skaičius. Taip darant 10 kartų gaunama 16-ai lygi suma ir likusius 10 kartų gaunama suma yra 18.

Vienuoliai iš karto palikdavo mokytis antrus metus visus tuos, kurie galėdavo per valandą nustatyti, kam gali būti lygus pats mažiausias iš tų (kaip sako, nebūtinai skirtingų) sveikųjų skaičių.

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

3. Gyveno kartą Ariogaloje jaunutis darbštuolis vardu Aristidas. Jis buvo garsus tuo, kad sėkmadieniais būdavo ir labai tvarkingas, ir labai išmintingas. Jis dar nuo kūdikystės buvo labai prisirišęs prie palindrominių skaičių. (Palindrominiai skaičiai yra skaičiai, kurie, iš kurio galo tu juos beskaitytum, vis vien tiek pat priskaitysi. Būtent tokie buvo ir pirmieji du Aristido šiame pasaulyje išvystieji skaičiai 101 ir 3773.)

Praeitą vasarą Aristidas, dabar jau trečios klasės gimnazistas, išrinko visus penkiaženklus palindrominius skaičius ir tvarkingai susirašė juos ant didžiulio popieriaus lapo didėjimo tvarka – nuo paties mažiausio iki didžiausio.

Linksmasis kaimynas Stepas, nugirdęs apie tai, sakė Aristidui, kad jis ir be jokio sąrašo per 12 sekundžių tikrai „sugeneruotų“, koks skaičius yra 13-as Aristido sudarytame nepriekaištingai tiksliame sąrašo. Tas 13-asis palindrominis skaičius teisingame Aristido palindromų sąrašo yra:

- (A) 11111 (B) 11211 (C) 12221 (D) 12321 (E) 12421

4. Legendoje apie Eržvilko mergelę ir apie nežinia iš kur Eržvilkan atsivilkusį vilką minėtosios mergelės intelektinė šlovė yra siejama su jos gebėjimu išspręsti tokį uždavinį, kurio sąlyga buvo surašyta Balbieriškio Moderniosios aritmetikos centro Subtiliųjų menų skyriuje. Štai toji gerokai nenuobodi uždavinio sąlyga.

Skaičių virtinė prasideda trimis skaičiais 27, 1, 2012. Seka pasižymi tokia savybe, kad pirmojo, antrojo ir trečiojo jos narių suma yra 2040. Toliau yra žinoma, kad jos antrojo, trečiojo ir ketvirtojo narių suma yra 2039, trečiojo, ketvirtojo ir penktojo narių suma yra 2038, ir taip toliau. Bendriau sakant, tos virtinės k -ojo, $(k+1)$ -ojo ir $(k+2)$ -ojo narių suma yra $2041 - k$. Koks skaičius yra parašytas 2013-oje tos virtinės vietoje?

- (A) - 670 (B) - 669 (C) 670 (D) 1341 (E) 1342

5. Vienoje Raseinių šeimoje buvo keli broliai, kurie visi buvo gimę (iš karto ir nepatikėtum) vieną ir tą pačią (nebūtinai tų pačių) metų dieną. Visų brolių amžiaus vidurkis buvo 20 metų. Broliai savo gimtadienį švęsavo per ištisą dieną trunkančią šventę, susidedančią iš šventinių pusryčių, šventinių pietų ir šventinės vakarienės.

Per šventinius pusryčius nebuvo tik dar neatsikėlusio jauniausiojo brolio, ir dėl to brolių amžiaus vidurkis tuoju šoktelėjo iki 22 metų.

Per pietus, kai jaunėlis jau buvo atėjęs, bet vyriausias brolis išvykęs į šventinį priėmimą Raseinių savivaldybėje, visų likusių brolių amžiaus vidurkis sudarė vos 13 metų.

Per vakarienę, kai vyriausias brolis dar nebuvo pargrįžęs iš savivaldybės, o jauniausiojo brolio dėl koncerto muzikos mokykloje vėl nebebuvo, visų prie stalo esančių brolių amžiaus vidurkis buvo jau 14 metų.

Kiek brolių yra toje išpūdingoje Raseinių šeimoje?

(A)4 (B)5 (C)6 (D)7 (E)8

6. Šiluvos skautai turėjo nešti į trikampių taisykos dirbtuves remontuoti 2 trikampius – vieną smailųjį ir kitą bukąjį. Pagal darbų saugos reikalavimus nešant būtina išardyti trikampius į kraštines, o prieš ardant – dar ir išmatuoti visų kampų dydžius. Skautai išmatavo tuos kampus ir jų didumus rūpestingai užrašė kiekvieną ant atskiro popieriaus lapelio. Nešant papūtė šiaurūs vėjai ir 2 iš tų 6 lapelių negrįžtamai nuskrido, o ant išlikusių 4 lapelių liko tokie kampai: 120° , 80° , 55° , 10° . Ar tik tiek, kiek čia pasakyta težinodamas nagingasis Šiluvos trikampių monteris Apolinaras dar gali nustatyti, koks buvo pats mažiausias smailiojo trikampio kampas?

(A) 5° (B) 10° (C) 45° (D) 55° (E) To negalėtų nustatyti jokie monteriai

7. Stasys iš Vadžgirio tepripažįsta savo draugais 1000 neviršijančius natūraliuosius skaičius ir iš tų skaičių nori prisirinkti kuo daugiau skirtingų skaičių, tenkinančių geležinę Stasio sąlygą: imant bet kurias 2 iš Stasio atrinktųjų skaičių vienas kuris turi dalytis be liekanos iš kito skaičiaus. Kiek daugiausiai skaičių gali būti tokioje aibėje?

(A)2 (B)7 (C)10 (D)100 (E) 499

8. Betygalos Stepas išsitekino medinį kubelį ir iš džiaugsmo, kad jis toks taisyklingas ir tvirtas, kiekvienoje iš 6 to kubelio sienelių dar paženklino dideliais juodais taškais kuriuos nors du tolimiausius tos sienelės kampus. Po to, pailsėjęs jis suskaičiavo ir susirašė, kiek juodų taškų sueina kiekvienoje iš 8 to tvirto ir taisyklingo kubelio viršūnėje.

Kokio 8 skaičių rinkinio jis negali gauti taip darydamas?

(A) 0, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3 (B) 0, 0, 0, 1, 2, 3, 3, 3 (C) 0, 0, 0, 0, 3, 3, 3, 3
(D) 1, 1, 1, 1, 1, 1, 3, 3 (E) 0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3.

9. Eilute surašyti 5 iš eilės einantys natūralieji skaičiai. Pirmojo skaičiaus skaitmenų suma yra 52, o penktojo – 20. Raskite pačią mažiausiąją tokią 5-ių skaičių virtinę ir nustatykite, kiek 8-tų yra pačiame mažiausiam 5-ių skaičių virtinės skaičiuje.

(A)1 (B)2 (C)4 (D)3 (E) 0

10. Palei tiesų kelią iš Tytuvėnų į Šiluvą gyvena penki šilo broliai Augustinas, Baltrus, Celestinas, Dionizas ir Eligijus, kurių namai stovi jų savininkų vardų abėcėline eile. Rūpestingasis Baltrus, kuris gyvena toliau nuo Šiluvos kaip Celestinas, sykį suskaičiavo visų atstumų nuo savo namo iki likusių 4 namų sumą ir gavo 20 km. Atstumų nuo savo namo iki visų kitų likusių 4 namų sumą suskaičiavo ir Celestinas, tik jis gavo 18 km. Koks atstumas nuo Baltraus iki Celestino namų skaičiuojant kilometrais?

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 7 (E) 3

**KETURIOLIKTOJI RUDENINĖ INDIVIDUALIOJI RASEINIŲ KRAŠTO
OLIMPIADA PROFESORIAUS JONO KUBILIAUS TAUREI LAIMĖTI**

Raseiniai, 2013-10-25

1. Penktadienis į eilutę surašė keletą skirtingų natūraliųjų skaičių, neviršijančių 10. Robinzonas Kruzas, pažvelgęs į juos su pasitenkinimu, pasakė, kad kiekvienoje tos eilutės greta esančių skaičių poroje vienas kuris skaičius visada dalijasi be liekanos iš kito skaičiaus. Kiek daugiausiai skaičių galėtų būti parašęs Penktadienis?

2. Šimkaičiuose jau nuo Vytauto Didžiojo laikų būdavo sakoma, kad sveikasis skaičius A (visai nesvarbu, ar jis teigiamas, ar neigiamas, ar nulis) yra šio to vertas, jeigu skaičius $A + 7$ dalijasi be liekanos iš skaičiaus $A + 3$.

Sakysime, skaičius 1 Šimkaičiuose tikrai yra šio to vertas, nes $1 + 7 = 8$ dalijasi be liekanos iš $1 + 3 = 4$, nes niekas nuo Veliuonos iki Velingtono neabejoja, kad $8 : 4 = 2$.

Kiek iš viso yra tokių sveikųjų skaičių, kurie Šimkaičiuose yra laikomi šio to vertais?

3. Istorikai liudija, kad Tytuvėnų vienuolyno mokykloje mokyti vienuoliai skyriui baigiantis visiems, kas troško mokytis toliau, pateikdavo spręsti tokį skaičių dėlionės po tris uždavinį. Žemiau pateikiama paslaptinga to uždavinio sąlyga.

Kažkur toli, labai toli, bet, sako, dar Žemaičių vyskupystės žemėse, akmenyje yra iškalti tokie 6 sveikieji skaičiai (sako, nebūtinai visi skirtingi), iš kurių mes kiekvieną kartą vis kitaip renkamės po tris skaičius. Taip darant 10 kartų gaunama 16-ai lygi suma ir likusius 10 kartų gaunama suma yra 18.

Vienuoliai iš karto palikdavo mokytis antrus metus visus tuos, kurie galėdavo per valandą nustatyti, kam gali būti lygus pats mažiausias iš tų (kaip sako, nebūtinai skirtingų) sveikųjų skaičių.

4. Vienoje Raseinių šeimoje buvo keli broliai, kurie visi buvo gimę (iš karto ir nepatikėtum) vieną ir tą pačią (nebūtinai tų pačių) metų dieną. Visų brolių amžiaus vidurkis buvo 20 metų. Broliai savo gimtadienį švęsdavo per išsistą dieną trunkančią šventę, susidedančią iš šventinių pusryčių, šventinių pietų ir šventinės vakarienės.

Per šventinius pusryčius nebuvo tik dar neatsikėlusio jauniausiojo brolio, ir dėl to brolių amžiaus vidurkis tuojau šoktelėjo iki 22 metų.

Per pietus, kai jaunėlis jau buvo atėjęs, bet vyriausias brolis išvykęs į šventinį priėmimą Raseinių savivaldybėje, visų likusių brolių amžiaus vidurkis sudarė vos 13 metų.

Per vakarienę, kai vyriausias brolis dar nebuvo pargrįžęs iš savivaldybės, o jauniausiojo brolio dėl koncerto muzikos mokykloje vėl nebebuvo, visų prie stalo esančių brolių amžiaus vidurkis buvo jau 14 metų.

Kiek brolių yra toje išpūdingoje Raseinių šeimoje?

5. Tytuvėnuose kasdieną yra surašomi kokie nors 5 iš eilės einantys natūralieji skaičiai. Ar galėtų vieną kurią dieną Tytuvėnuose nutikti taip, kad pirmojo skaičiaus skaitmenų suma yra 52, o penktojo – tik 20?