TRYLIKTOJI KALĖDINĖ KOMANDINĖ RASEINIŲ KRAŠTO OLIMPIADA PROFESORIAUS JONO KUBILIAUS TAUREI LAIMĖTI
Raseiniai, 2012-12-18

Uždavinių sprendimai

1. Kokį kampą Kryžkalnyje sudaro mechaninio laikrodžio rodyklės likus 22 minutėms iki pirmosios pamokos pradžios, jeigu pamokos Kryžkalnio kolegijoje, nepriklausomai nuo metų laiko ir net nuo kolegijos sargo Ambraziejaus Užkalnio nuotaikos, visada – sekundė į sekundę – prasideda lygiai 8 valandą ryto?
(A) 2,2º (B) 2º (C) 1,2º (D) 1º (E) 0,8º

Sprendimas.

Iš sąlygos visai aišku, kad Kryžkalnyje aušta mokyklinis rytas ir šiuo metu yra 7 h 38 min, todėl prieš 8 minutes ten buvo lygiai pusė aštuonių ryto, o tada minučių ir valandų rodyklių sudaromas kampas buvo daug didesnis ir daug aiškesnis. Minučių rodyklė nuo tada, kai ji buvo „ant 12“, buvo nuėjusi pusės valandos arba kitaip 180º kelią“, o valandų rodyklė nuo tada, kai ji buvo „ant 6“, buvo nuėjusi vienos valandos ir dar pusės kitos valandos kelią. Valandos kelias laikrodžio valandų rodyklei reiškia pasisukimą 30º kampu, o pusės kitos valandos kelias reiškia dar 15º pasisukimą. Vadinasi, valandų rodyklė nuo 6 valandos ryto iki 7 valandos 30 minučių buvo pasisukusi iš viso 45º kampu arba, kitaip sakant, 7 valandą 30 minučių ryto kampas tarp laikrodžio valandų ir minučių rodyklių buvo lygiai 45º.

Dabar Ambraziejus Užkalnis neblogai būtų susigaudyti, kiek tas kampas pasikeis per viso labo vos 8 minutes. Per 1 minutę laikrodžio valandų rodyklė ciferblatu „sukaria“ 6º kampą, o valandų rodyklė, kuri yra 12 kartų lėtesnė, „sukaria“ atitinkamai 0,5º kampą. Todėl per dvi minutes minučių rodyklė pasisuks 12º kampu, o valandų - 1º, taigi per dvi mintes valandų ir minučių rodyklės suartės 12º – 1º = 11º kampu. Vadinasi, per aštuonias minutes, praeisiančias nuo pusės aštuonių iki tų lemtingų 7 val 38 min., jos suartės keturis kartus po 11º, arba iš viso 44º laipsniais. Kadangi pusę aštuonių ryto kampas tarp jų, akip sakyta, buvo 45º, tai dabar jis bus 45º – 44º = 1º ir todėl teisingas yra atsakymas D.

Atsakymas.

7 valandą 38 minutės kampas tarp l;aikrodžio valandų ir minučių rodyklių yra 1º arba atsakymas D.

2. Kiekvieno jurbarkiečio garbės reikalas yra sugebėti su kiekvienu sveikuoju teigiamu skaičiumi žaibiškai ir be klaidų gebėti atlikti tokias dvi to skaičiaus *vystymo* operacijas: pridėti prie jo 2, arba iš 2 jį padauginti. Kiek mažiausiai *vystymo* operacijų pakaks, kad iš „kuklaus“ 1 rastųsi „orus“ 100?
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

Sprendimas

Patogu yra „kilti“ nuo 1 iki 100, bet dažnai dar patogiau būna „leistis“ nuo 100 iki 1, įvedant vadinamąsias *atvirkštines* operacijas.

Atvirkštinė operacija dvejeto pridėčiai yra dvejeto atimtis, o *atvirkštinė* operacija daugybai iš 2, savaime suprantama, būtų dalyba iš 2.

Dabar galime patikrinti, kad per 7 atvirkštines operacijas galima „nusileisti“ nuo 100 iki 1 (arba tiesioginėmis – „pakilti“ nuo 1 iki 100):

$$1+2=3,$$
$$3\cdot 2=6,$$
$$6\cdot 2=12,$$
$$12\cdot 2=24,$$
$$24\cdot 2=48,$$
$$48+2=50,$$
$$50\cdot 2=100.$$

Dabar belieka įsitikinti, kad šiomis sąlygomis 7 operacijos yra „nepagerinamas“ rekordas ir kad 6 operacijomis nuo 1 iki 100 „pakilti“ negalima.

Tuo aritmetiškai brandūs jurbarkiečiai save įtikina nagrinėdami, kiek toliausiai per 6 operacijas galima „nubėgti nuo 1“ taikant tas dvi mums prieinamas *vystymo* operacijas.

Pradedant nuo 1 pirmuoju žingsniu geriau yra pridėti 2, o ne dauginti iš 2, nes pridėjus 2 gauname 3, o padauginus iš 2 teturėtume tik 2.

Taigi pirmąja operacija toliausiai „nukankama“ iki 3.

Turint 3 toliau nueisime daugindami, o ne pridėdami, todėl dabar pradedame dauginti. Taip antruoju veiksmu daugindami 3 iš 2 gauname 6, trečiuoju veiksmu 6 padauginę iš 2 gauname 12, toliau atitinkamai 24, 48 ir paskutiniąja 6-tąja operacija gausime 96.

Vadinasi šešiomis operacijomis pradedant nuo 1 tolių toliausiai „nukankama“ iki 96.

Todėl 7 operacijos lieka mažiausiu operacijų skaičiumi, leidžiančiu nuo 1 „pakilti“ iki 100 ir todėl teisingas yra atsakymas B.

Atsakymas

Prireiks mažiausiai 7 *vystymo* operacijų, kad nuo 1 „užaugtume“ iki 100, arba atsakymas B.

3. Varėnos profiliuotame jaunuomenės ugdymo centre „Va-Ona-ir-Daina-va“ kiekvieną gabesnį žmogų kaip mat išmoko su(p)rasti, kiek yra tokių skirtingų sveikųjų skaičių x ir y porų, (pa)tinkančių lygybei

$$xy+2x+3y+4=0.$$

Tai kiek gi yra tokių skirtingų skaičių x ir y porų?

(A) jokių tokių sveikųjų skaičių x ir y porų porų nėra (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Sprendimas

Lygybę

$$xy+2x+3y+4=0$$

galima perrašyti „lengvai kitaip“ kaip

$$(x+3)(y+2)=-2.$$

Kadangi x ir y, taigi ir x+3 bei y+2 yra sveikieji skaičiai, o – 2 galima 4 būdais užrašyti kaip sveikųjų skaičių sandauga

$$-2=(-2)(-1)=(-1)(-2)=1\cdot 2=2\cdot 1,$$

todėl galime gauti 4 lygčių sistemas

$$\begin{cases} x+3=-2 \\ y+2=-1 \end{cases} \quad \begin{cases} x+3=-1 \\ y+2=-2 \end{cases} \quad \begin{cases} x+3=1 \\ y+2=2 \end{cases} \quad \begin{cases} x+3=2 \\ y+2=1 \end{cases},$$

kurių sprendiniai būtų 4 skirtingos skaičių x ir y poros

$$(-5;\ -3),\ (-4;\ -4),\ (-2;\ 0) \text{ ir } (-1;\ -1)$$

ir todėl teisingas yra atsakymas E.

Atsakymas.

Yra 4 tinkamos skaičių *x* ir *y* porų arba atsakymas E.

4. Skaičius 100 yra trimis skirtingais būdais užrašomas keturių skirtingų dėmenų suma: 100 = 11 + 22 + 33 + 34 = 5 + 15 + 25 + 55 = 1 + 2 + 3 + 94 taip, kad visi 12 tų dėstinių dėmenų yra visi skirtingi natūralieji (sveiki teigiami) skaičiai. Jau kuris laikas kaip fundamentinėse skaičių teorijos įžvalgose visi tokie skaičiai vadinami *didingaisiais Šiluvos skaičiais*. Šiandien Šiluvos skautas Severinas Skrupskelis surado ir patį mažiausią *didingąjį Šiluvos skaičių.* Suradęs jį Severinas pusę valandos džiūgavo ir po to jį apėmė niekam neįdomus paslaptingumo priepuolis, nes paklaustas, koks gi yra pats mažiausias *didingasis Šiluvos skaičius*, jis kitą visą pusvalandį kalbėjo įvairius niekus apie Šiluvos apylinkes tepasakydamas mums to paties mažiausiojo *didingojo Šiluvos skaičiaus* **kvadrato skaitmenų sumą**. Tada Severinas Skrupskelis tepasakė mums skaičių:

(A)8 (B)12 (C)15 (D)19 (E)20

Sprendimas.

Jeigu sudėtume pirmus 12 pačių mažiausiųjų teigiamų sveikųjų skaičių, tai gautume

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 78.$$

Kadangi 78 dalijasi iš 3 ir padalijus gauname 26, tai mažesnių už 26 *didingųjų Šiluvos skaičių* negali būti.

Pats 26 galėtų būti tuo pačiu mažiausiuoju iš *didingųjų Šiluvos skaičių*, jeigu tik

26

tikrai turės trigubą dėstinį 4 skirtingų dėmėnų suma, kur jokie dėmenys nesikartoja.

Taip tikrai yra, nes

$$26 = 2 + 3 + 10 + 11,$$
$$26 = 1 + 4 + 9 + 12,$$
$$26 = 5 + 6 + 7 + 8.$$

Todėl 26 tikrai yra pats mažiausias iš *didingųjų Šiluvos skaičių*, jo kvadratas

$$26^2 = 676,$$

todėl paties mažiausio iš *didingųjų Šiluvos skaičių* kvadrato skaitmenų suma yra

$$6 + 7 + 6 = 19$$

ir todėl teisingas yra atsakymas D.

Atsakymas

Pats mažiausias iš *didingųjų Šiluvos skaičių* yra 26, jo kvadratas yra 676, o kvadrato skaitmenų suma yra 19.

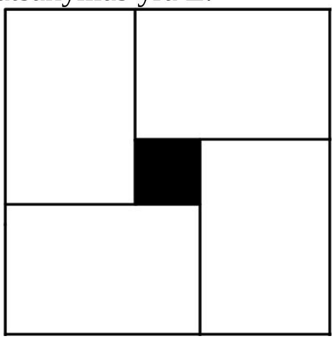
5. Kartą vienas rimtas žmogus papasakojo, kaip šlovingųjų Magdalenos Raseiniškės kraštų žmogus Danielius Skirsnemuniškis, vėliau tapęs didžiuoju tų kraštų (ir kitų vietų) vaizduojamųjų, informuojamųjų ir fotografuojamųjų menų korifėjumi, dar tik kokius penkerius metukus teturėdamas, kartą užsispyręs praleido ištisas valandas tokį vieną iš 25 vienetinių kvadratėlių sudėtą 5 x 5 kvadratą su išmestu jo centriniu langeliu dalindamas į 4 vienodas dalis.

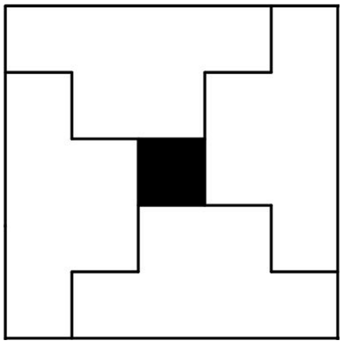
Pasak kaimynės Dorotėjos pasakojimų, berniukas Danielius Skirsnemuniškis nenurimęs tol, kol tą užduotį įvykdęs – grasinęs net miegoti neisiąs, kol nebus pabaigta. Pasak vėlesnių daugelio kaimynų liudijimų, jis tą uždavinį vėliau išsprendęs net keliais būdais – kiekvieną kartą tos vienodos dalys būdavusios vis kitokios. Taigi keliais daugiausiai skirtingais būdais įmanoma iš 25 vienetinių kvadratėlių sudarytą 5 x 5 kvadratą be centrinio kvadratėlio supjaustyti į keturias vienodos formos dalis:

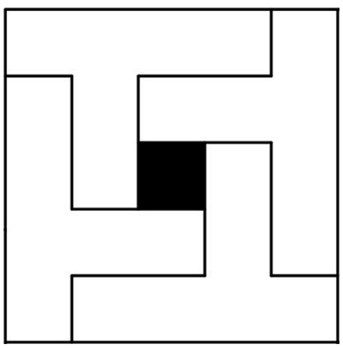
(A) 1 būdu (B) 2 būdais (C) 3 būdais (D) 4 būdais (E) daugiau negu 5 būdais

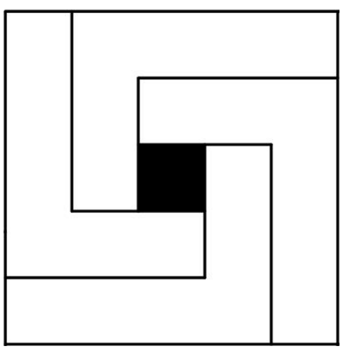
Sprendimas

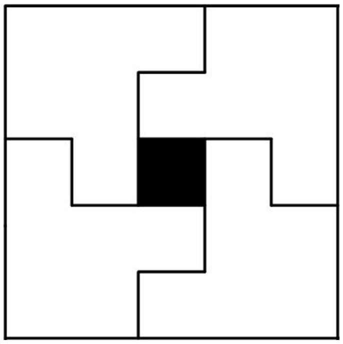
Nurodydami net 6 skirtingus iš 25 vienetinių kvadratėlių sudėto 5 x 5 kvadrato be centrinio kvadratėlio padalijimo į 4 vienodas dalis būdus, kartu įrodome, jog teisingas atsakymas yra E.

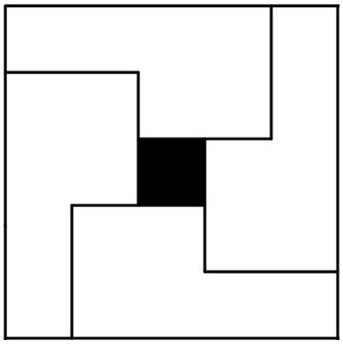












Atsakymas.

Yra nurodyti 6 skirtingi iš 25 vienetinių kvadratėlių sudaryto 5 x 5 kvadrato be centrinio kvdratėlio padalijimo į 4 vienodas dalis būdai, todėl teisingas atsakymas yra E.

6. Vidos Viduklytės prosenelis Ambraziejus Danupas bus gyvenęs 19 amžiuje, taigi dar paties vyskupo Motiejaus Valančiaus laikais, ir, vieninga visų jį iš arčiau pažinojusių žmonių nuomone, buvęs nepaprastai sumanus žmogus. Kitaip iš kur visa jo giminė būtų 100% mokėjusi skaityti, rašyti ir (mintinai) skaičiuoti. Istorikai taip pat patvirtina, kad visi kaimyninių valsčių daraktoriai ir kiti guvūs viso to neaprėpiamo Žemaičių krašto šviesuoliai žinojo jo ugningą aistrą įvairiausiems skaitiniams rebusams, kuriuos jis išspręsdavo akimirksniu. Į anūko Agniaus Strielkauskio klausimą, ar buvo kada jam pasitaikęs toks rebusas, su kuriuo jis būtų ilgiau vargęs, Ambraziejus neslėpdamas atsakė, kad buvo jam pakliuvęs toks rebusas

$$\frac{9}{KUR}=\frac{6}{JIS}=\frac{13}{VEDA},$$

kuriame, kaip visada, skirtingos raidės žymi skirtingus, o vienodos raidės – vienodus skaitmenis, tai su juo jis vargęs ištisas 99 sekundes.

Iššifruokite ir Jūs šį paties prosenelio Ambraziejaus Danupo pagarbaus apibūdinimo sulaukusį rebusą ir tyliai, niekam nieko nesakydami, pasižiūrėkite, kiek sekundžių tai užimtų Jums.

Išsprendę užrašykite, prie kurio skaičius jus „nuvedė“ skaičiaus *VEDA* skaitmenų suma

$$V + E + D + A:$$

(A) prie 8 (B) prie 12 (C) prie 11 (D) prie 9 (E) prie 10

. **Sprendimas**

Jeigu spręstume spėliodami, tai po kurio laiko surastume, kad gali būti taip:

$$KUR = 729,$$
$$JIS = 486$$

ir

$$VEDA = 1053,$$

nes

$$\frac{9}{729} = \frac{6}{486} = \frac{13}{1053}.$$

Originalus Ambraziejaus DAnupo sprendimas, aritmetikos mokslo istorikų nuomone, buvęs maždaug toks:

Pirmiausiai jisai rašė, kad skaičius *KUR* garantuotai dalosi iš 9 – ir tai yra tiesa, antraip iš 9 privalėtų dalintis 13, o tai tikrai ne taip.

Vadinasi, $KUR = 9k$, kur k – aiškiai natūralusis skaičius ir tada

$$VEDA = 13k \text{ ir } JIS = 6k.$$

Toliau Ambraziejus sudeda visus juos ir gauna, kad

$$KUR + JIS + VEDA = 13k + 9k + 6k = 28k.$$

Seka „smogiamoji" išvada, kuri surašyta taip:

Kadangi visos 10 raidžių yra skirtingos, o kiekviena skairtinga raidė reiškia ir skirtingą skaičių, tai rebuse „sunaudoti" visi 10 skaitmenų, kurie yra

$$0, 1 ,2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$$

ir kurių visų suma, supranatama, yra lygi

$$0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$$

ir todėl dalijasi iš 9.

Todėl iš 9 privalo dalintis ir skaičius

$$KUR + JIS + VEDA = 28k,$$

vadinasi, ir pats

$$k \text{ dalijasi iš } 9$$

ir tada galima užrašyti, kad

$$k = 9m,$$

arba

$$KUR = 81m,$$
$$VEDA = 13\cdot 9m = 117m,$$
$$JIS = 6\cdot 9m = 54m.$$

Kadangi *VEDA* yra jau keturženklis, tai $117m$ turi būti keturženklis, vadinasi m yra bent 9 arba daugiau., o kadangi *KUR*, atvirkščiai, turi būti, tik triženklis, tai tada jis, kaip lygus $81m$, iš to m „išsireikalauja", kad šis daugių daugiausiai tegalėtų būti lygus 12.

Taigi natūralųjį skaičių m „užtvėrėme" tarp skaičių 9 ir 12, vadinasi, jis gali būti tik

$$9, 10, 11 \text{ arba } 12.$$

Perrinkę gauname, kad tinka tik m lygus 9 ir (vėl) gauname

$$KUR = 729,\ JIS = 486 \text{ ir } VEDA = 1053.$$

Kadangi reikėjo rasti, kur veda skaičiaus $VEDA = 1053$ skaitmenų suma $V + E + D + A$, tai ji „veda" prie $1 + 0 + 5 + 3$, arba prie 9, todėl teisingas yra atsakymas D.

Atsakymas.

$V + E + D + A = 1 + 0 + 5 + 3 = 9$ arba atsakymas D.

7. Mažiausias teigiamas skaičius, kurio skaitmenų suma yra 111, kurio trys paskutiniai skaitmenys yra 111 ir kuris pats dalijasi iš 111, turi:

(A) 111 skaitmenų (B) 16 skaitmenų (C) 15 skaitmenų (D) 20 skaitmenų (E) visi ankstesni atsakymai yra neteisingi

Sprendimas

Nesunku patikrinti, kad skaičius

999 999 999 999 111

yra vienas iš tokių skaičių, kuris ir dalijasi iš 111, ir baigiasi 111, ir kurio skaitmenų suma yra irgi 111.

Toliau yra visiškai aišku, kad jis yra ir pats mažiausias iš visų tokių skaičių.

Kadangi jis turi 15 skaitmenų, todėl teisingas yra atsakymas C.

Atsakymas

Pats mažiausias skaičius, kuris ir dalijasi iš 111, ir baigiasi 111, ir kurio skaitmenų suma yra 111, turi 15 skaitmenų arba teisingas atsakymas yra C.

8. Bambeklis Baltramiejus iš Babtų kartais neturi jokio (didelio) noro padėti savo penktokui anūkui Barnabėliui paruošti pamokas ir tik kai mama Barbora ima jaudintis, jog nemokėdamas spręsti geometrinių uždavinių su trikampiais Barnabėlis gali neįstoti į Balbieriškio Oblicėjų, kurio visi auklėtiniai, be elitinio gebėjimo obliuoti, sako, net geriau kaip dailidės, priedo giliai išstudijuoja ir visą pradinį svaigiosios aritmetikos modulį. Galiausiai, šiek tiek prabudus aritmetinei senelio sąžinei ir sąmonei, jiedu abu ėmėsi namų darbų uždavinio, kuriame mokytoja Grasilda buvo uždavusi labai tiksliai suskaičiuoti, kiek iš viso yra tokių (neišsigimusių) trikampių, kurių kraštinės yra sveikieji skaičiai (matuojant centimetrais) ir kurių perimetras neviršija 9 (centimetrų). Tokių skirtingų (neišsigimusių) trikampių, kurių kraštinių ilgiai reiškiami sveikaisiais skaičiais (centimetrais) ir kurių perimetras neviršija 9 (centimetrų) iš viso yra:

(A)10 (B) 9 (C) 8 (D) 7 (E) teisingas kitas atsakymas

Sprendimas

Mažiausias trikampis su sveikosiomis kraštinėmis yra trikampis 1, 1, 1, kurio perimetras yra lygus 3. Perimetro 4 trikampio su sveikosiomis kraštinėmis apskritai nėra, nes neišsigimusiame trikampyje bet kurių jo kraštinių suma yra ilgesnė už trečiąją kraštinę ir vienintelė kandidatūra 1, 1, 2 netinka. Perimetro 5 trikampis irgi yra tik vienas – tai lygiašonis trikampis su kraštinėmis 1, 2, 2. Perimetro 6 trikampis vėl tik vienas – tai lygiakraštis trikampis, kurios kraštinės yra po 2. Perimetro 7 trikampių jau yra daugiau – tai lygiašoniai trikampiai su kraštinėmis 3, 1, 3 ir 2, 2, 3. Perimetro 8 trikampių vėl yra tik vienas – 2, 3, 3. Galiausiai perimetro 9 trikampiai – tai arba lygiakraštis trikampis su visomis kraštinėmis po 3, arba lygiašonis trikampis su šonine kraštine 4 ir pagrindu 1, taigi trikampis 1, 4, 4, arba dar trikampis 2, 3, 4 ir, atrodo, kad tai ir būtų viskas. Suskaičiavus kol kas išeina 9 trikampiai ir kol kas yra teisingas atsakymas B.

Atsakymas

Yra 9 tokie trikampiai, kurių kraštinių ilgiai yra sveikieji skaičiai (centimetrais) ir kurių perimetras neprašoka 9 centimetrų arba teisingas atsakymas yra B.

9. Jeigu mes išleistume pilną ***septintainį*** skaičių žinyną, kuriame būtų surašyti visi lig vieno tokie 7-ženkliai skaičiai, į kuriuos kiekvieną kartą „įeina“ visi septyni skaitmenys 1, 2, 3, 4, 5, 6 ir 7, tai tokiame pilname *septintainiame* skaičių žinyne, kuriame visi žodžiai-skaičiai surašyti pagal didumą nuo paties mažiausio iki paties didžiausio, kaip vakar senelis Abraomas Tauragiškis kantriai aiškino savo anūkui Hamletui, būtų iš viso 5040 žodžių-skaičių, jo pirmuoju žodžiu-skaičiumi būtų 1 234 567, o paskutiniuoju, žinoma, 7 654 321.

Jeigu 2000-asis to pilno *septintainio* žodyno skaičius-žodis yra 3 652 174, gai koks skaičius-žodis yra 2012-uoju tame pilname žodyne?

(A) 3 657 142 (B) 3 654 721 (C) 3 657 124 (D) 3 657 421 (E) 3 657 412

Sprendimas.

Užtenka tvarkingai parašyti visus tarpinius žodžius nuo 2000-ojo iki 2012-ojo:

Jei 2000-asis skaičius-žodis yra 3 652 174, tai

2001-asis yra 3 652 417,
2002-asis yra 3 652 471
2003-asis yra 3 652 714
2004-asis yra 3 652 741
2005-asis yra 3 654 127
2006-asis yra 3 654 172
2007-asis yra 3 654 217
2008-asis yra 3 654 271
2009-asis yra 3 654 712
2010-asis yra 3 654 721
2011-asis yra 3 657 124.

Vadinasi, kitas, jau

2012-asis skaičius žodis yra
3 657 142,

jis ir yra atsakymas ir todėl teisingas yra atsakymas .

Atsakymas

2012-asis skaičius-žodis tame septintainiame žodyne yra

3 657 142,

ir todėl teisingas atsakymas yra A.

10. Į 3 x 3 kvadratą , po vieną skaičių į kiekvieną langelį, surašyti visi nenuliniai skaitmenys 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Paaiškėjo, kad visuose keturiuose mažesniuose 2 x 2 kvadratuose įrašytų skaičių suma yra viena ir ta pati ir lygi *T*.

Toji pati didžiausia galima *T* reikšmė yra lygi

(A) 24 (B) 20 (C) 23 (D) 21 (E) 22

Sprendimas

Jeigu tuos skaičius pažymėtume *a, b, c, d, e, f, g, h, i* ,

a	*b*	*c*
d	*e*	*f*
g	*h*	*i*

tai pagal sąlygą būtų teisingos tokios keturios lygybės:

$$T = a + b + e + d,$$
$$T = b + c + f + e,$$
$$T = e + f + i + h,$$
$$T = d + e + h + g.$$

Jas sudėjus gauname

$$4T = a + c + i + g + 2b + 2f + 2h + 2d + 4e,$$

o prisiminus, kad skaičiai $a, b, c, d, e, f, g, h, i$ yra visi tie patys skaičiai 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, tik gal kitaip surikiuoti, todėl jų visų suma

$$a + b + c + d + e + f + g + h + i = 45$$

ir

$$4T = b + f + h + d + 3e.$$

Kadangi *e* daugiausiai gali būti lygus 9, o

$$b + f + h + d$$

tikrai neprašoks

$$8 + 7 + 6 + 5,$$

o tai yra

$$26,$$

vadinasi,

$$4T \le 45 + 26 + 3 \cdot 9 = 45 + 26 + 27 = 98.$$

Kadangi T yra sveikasis skaičius, tai

$$T \le 24.$$

Kad nurodytoji reikšmė yra „realizuojama“, mastomee iš lentelės

5	3	4
7	9	8
2	6	1

ir todėl teisingas atsakymas yra A.

Atsakymas

Didžiausia vienoda visų 2 x 2 kvadratų skaičių suma yra T yra 24 arba atsakymas A.

TRYLIKTOJI KALĖDINĖ INDIVIDUALIOJI RASEINIŲ KRAŠTO OLIMPIADA PROFESORIAUS JONO KUBILIAUS TAUREI LAIMĖTI
Raseiniai, 2012-12-18

Uždavinių sprendimai

1. Remiantis dalumo požymiais, skaitmenys pasižymi tokiomis savybėmis: skaitmuo t yra lyginis, visų skaitmenų suma dalijasi iš 3, st dalijasi iš 4, skaitmuo t yra 0 arba 5. Taigi $t = 0$, $s0$ dalijasi iš 4, todėl $s = 2$, 4, 6 arba 8.

Kad gautume didžiausią galimą skaičių, renkamės kuo didesnę p reikšmę 9, tada (didžiausią iš likusių) q reikšmę 8, r reikšmę 7 ir s reikšmę 6. Skaičius 98760 tenkina sąlygą.

Kad gautume mažiausią galimą skaičių, renkamės kuo mažesnę teigiamo pirmojo skaitmens p reikšmę 1, tada (mažiausią iš likusių dar nepanaudotų) q reikšmę 2, r reikšmę 3. Toliau turėtume imti s reikšmę 4, tačiau skaičius 12340 nesidalija iš 3. O mažiausia iš likusių galimų s reikšmių 6 tinka: gauname skaičių 12360.
Ats. (A) 98670; (B) 98670; (C) 12360.

2. Žr. Komandinės olimpiados 6 uždavinio sprendimą.
Ats. $KUR = 729$, $JIS = 486$ ir $VEDA = 1053$

3. Antrojo rango kirtis sumažina galvų skaičių 17-14=3 vienetais, taigi kol slibinas turi bent 17 galvų, jų skaičių vis galima mažinti, atimant 3: 2010-3-3-... Kadangi skaičius 2010 pats dalijasi iš 3, tai galime gauti visus skaičius tarp 2010 ir 17, dalius iš 3: 2007, 2004, ..., 21, 18. Jei Jurgis sustos ties 21 galva, o tada atliks pirmojo rango kirtį, tai nugalės slibiną.
Ats. Taip.

4. Žr. Komandinės olimpiados 5 uždavinio sprendimą.
Ats. (A), (B), (C) Taip.

5. Paveikslėlyje turime šešiakampį, gaunamą nuo kvadrato nupjovus du trikampius. Jų plotai lygūs pusei aukštinės ir pagrindo ilgių sandaugos, t. y. 3*4/2=6 ir 2*4/2=4. Tada šešiakampio plotas yra 16-6-4=6.