

**PIRMOJI KOMANDINĖ RASEINIŲ KRAŠTO OLIMPIADA
PROFESORIAUS JONO KUBILIAUS TAUREI LAIMĖTI**

RASEINIAI, 2000 metų gruodžio 18 d.

1. Sveikųjų teigiamųjų skaičių, kurių paskutinysis skaitmuo yra 2 ir kuris padidėja du kartus perkėlus tą dvejetą į priekį, skaičius yra
(A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 2001 (E) teisingas kitoks atsakymas.
2. Keturi broliai pirko liesą dramblių. Pirmasis brolis davė $1/2$ tos sumos, kurią davė jo broliai, antrasis davė $1/3$ tos sumos, kurią davė jo broliai, trečiasis – $1/4$ tos sumos, kurią davė jo broliai. Ketvirtasis brolis davė 455 litus. Kiek kainuoja liesas dramblys?
(A) 1000 Lt (B) 1520 Lt (C) 2120 Lt (D) 10 000 Lt (E) teisingas kitoks atsakymas.
3. $N = 99^4 + 4 \cdot 99^3 + 6 \cdot 99^2 + 4 \cdot 99^1 + 1$. Kiek teigiamų sveikųjų daliklių turi skaičius N?
(A) 3 (B) 9 (C) 49 (D) 81 (E) 100.
4. Lygčių sistemos $2y = x + 19/x$, $2z = y + 19/y$, $2t = z + 19/z$,
 $2x = t + 19/t$ sprendinių skaičius yra
(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) 16.
5. Jei $a + b = 1$, o $a^2 + b^2 = 2$, tai $a^5 + b^5 =$
(A) 4,5 (B) 4,75 (C) 5 (D) 5,25 (E) 6.
6. Trikampio kraštinės yra atitinkamai lygios 13, 14 ir 15. Vienos to trikampio aukštinės ilgis yra sveikasis skaičius, kuris yra lygus:
(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 16.
7. Kiek skirtingų penkiaženklių skaičių, kurie dalijasi iš keturių, galima sudaryti iš skaitmenų 1,2,3,4 ir 5? (Kalbama tik apie tokius skaičius, kurie parašyti visais 5 skaitmenimis).
(A) 6 (B) 12 (C) 15 (D) 24 (E) 32.
8. Dėžėje yra 70 rutulių: 20 raudonų, 20 mėlynų, 20 juodų, 5 balti ir 5 žali. Rutuliai skiriasi vienas nuo kito tik spalva. Jie iš dėžių imami tamsoje. Kiek mažiausiai rutulių reikia išimti, kad tarp išimtų visada būtų ne mažiau kaip dešimt tos pačios spalvos rutulių?
(A) 5 (B) 8 (C) 30 (D) 37 (E) 38.
9. Vienas lydinys sudarytas iš dviejų metalų santykiu 1:2, o kitame lydinyje tų pačių metalų santykis yra 2:3. Kokiu santykiu reikia paimti abu lydinius norint sudaryti trečią lydinį, kuriame tų metalų santykis būtų 17:27?
(A) 1:4 (B) 1:5 (C) 9:35 (D) 8:35 (E) 8: 37.
10. Du šachmatininkai pastraukė iš turnyro, sužaidę tik po 3 partijas, todėl turnyre iš viso buvo sužaistos 84 partijos. Kiek dalyvių buvo turnyro pradžioje.
(A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 16 (E) 18.

**PIRMOJI INDIVIDUALIOJI RASEINIŲ KRAŠTO OLIMPIADA
PROFESORIAUS JONO KUBILIAUS TAUREI LAIMĖTI**

RASEINIAI, 2000 metų gruodžio 18 d.

1. Kiekvienas 8×8 matmenų kontrolinių mygtukų sistemos mygtukas gali būti dviejose būsenose – įjungtas arba išjungtas. Palietus bet kurį mygtuką, jo būsena ir visų mygtukų, esančių su juo toje pačioje eilutėje, bei visų mygtukų, esančių tame pačiame stulpelyje, būsenos keičiasi priešingomis. Įrodykite, kad kontrolinių mygtukų sistema nuo būsenos, kai visi mygtukai yra išjungti, gali būti pakeista į būseną, kai visi mygtukai yra įjungti, vieną po kito paliečiant kai kuriuos mygtukus, ir raskite mažiausiąjį galimą tokių palietimų skaičių.
2. Ar galima apskritimu išdėstyti visus sveikuosius skaičius nuo -7 iki $+7$ taip, kad imant bet kurį skaičių abiejų jo kaimynų sandauga būtų neneigiama?
3. Kelių keturženklių numerių esama (imant nuo 0000 iki 9999), kad jų pirmųjų dviejų skaitmenų suma būtų lygi paskutiniųjų dviejų skaitmenų sumai?
4. Duotas skaičius $1000 \dots 1$, kuriame yra 2000 nulių. Įrodykite, kad jis yra sudėtinis skaičius, t.y. dalijasi ne tik iš 1 ir pats savęs, bet turi dar ir kitokių daliklių.
5. Raskite visus stačiakampius, kurių kraštinių ilgis matuojamas sveikaisiais skaičiais ir kurių perimetras ir plotas reiškiami tuo pačiu skaičiumi.