Organizuoja
Vilniaus universitetas

Remia
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA
Leidykla TYTO ALBA
NACIONALINIS EGZAMINŲ CENTRAS
LIETUVOS JAUNŲJŲ MATEMATIKŲ MOKYKLA

XIX LIETUVOS 5-6 KLASIŲ MOKSLEIVIŲ MATEMATIKOS OLIMPIADA

Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos fakultetas, 2017 09 23

1. Vienas draugas Brazilijoje pažadėjo perleisti geriausiam savo draugui ketvirtadalį savo pokemonų, bet geros nuotaikos apimtas atidavė lygiai trečdalį. Tuo būdu jo draugas gavo 8 pokemonais daugiau, negu buvo žadėta. Kiek pokemonų turėjo šis dosnus draugas iš pradžių?

2. Mokyta Brazilijos beždžionėlė pripažįsta tik tokius natūraliuosius skaičius, kurių visi skaitmenys yra skirtingi ir dar nei vienas skaitmuo nelygus nuliui. Iš tokių pripažįstamų natūraliųjų skaičių ji labai gerbia visus tokius skaičius, kurie dalijasi iš visų savo skaitmenų – ir tiktai tokius. Pavyzdžiui, ji labai gerbia skaičių 612, nes jo visi skaitmenys yra nenuliniai, visi skirtingi ir skaičius 612 tikrai dalijasi ir iš 1, ir iš 2, ir iš 6.
Kiek yra tokių dviženklių skaičių, kuriuos labai gerbia mokyta Brazilijos džiunglių beždžionėlė?
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

3.Tolimojoje egzotiškoje Brazilijoje, visai netoli nuo San Paulo, vienas gamtininkas laikė ir maitino 17 trijų rūšių gyvių – veršiukų, žąsiukų ir didelių šešiakojų vabalų. Visi kartu tie gyviai turėjo 74 kojas ir, suprantama, kad kiekvienos rūšies gyvių jis tikrai laikė bent po vieną. Jo kaimynas indėnas Aritma, kartą nugirdęs apie tą galvų ir kojų skaičių, pagalvojęs pasakė, kad jis gali nurodyti visus atvejus, kiek ir kokios rūšies gyvių galėtų laikyti jo kaimynas gamtininkas.
Gamtininkas atsakė, kad jei Aritma tikrai sugebėtų nurodyti bent vieną tokį galimą atvejį, tai jis jam duotų sidabrinį dukatą, o jeigu jis galėtų nurodyti jam net tris tokius skirtingus atvejus, tai jis mielai susėstų su juo prie Amžinosios santarvės sutarties.
Nurodykite, su kokiu 17 trijų rūšių gyvių rinkiniu indėnas Aritma tikrai gautų sidabrinį dukatą.

Ar tikrai gali atsitikti taip, kad juodu susės prie Amžinosios santarvės sutarties? Jei taip, tai pagrįskite, kaip tai galėtų nutikti.

4. Panaudojus 9 iš 10 skaitmenų yra užrašyti 3 skaičiai, kuriuose tie visi 9 skaitmenys yra panaudoti po vieną kartą. Ar galėtumėte tuos 3 skaičius parinkti taip, kad jų suma būtų lygi 2017?
Ar galėtumėte garantuotai nurodyti, kuris skaitmuo tada būtinai turi likti nepanaudotas?

5. Vidurinis 5-ženklio skaičiaus M skaitmuo yra 5. Jeigu tą 5-tą perkeltume į skaičiaus pradžią, o kitų skaitmenų eilės nekeistume, tai gautume 5-ženklį skaičių, kuris už skaičių M yra 10800 mažesnis. Raskite patį didžiausią įmanomą tokį 5-ženklį skaičių M.

6. Mažame, bet ambicingame Brazilijos miestelyje tėra 4 futbolo komandos, bet ir jos pravedė pirmenybes, kur kiekviena komanda sužaidė po vienerias rungtynes su kiekviena kita komanda. Kiekviena komanda gauna po 3 taškus už kiekvienas laimėtas rungtynes, po 1 tašką už lygiąsias ir negauna taškų už pralaimėtas rungtynes. Miestelio aritmetikai dar prieš pirmenybes atkakliai svarstė: kiek mažiausiai taškų gali surinkti ta komanda, kuri pasibaigus pirmenybėms turės daugiau taškų, negu bet kuri kita iš dalyvavusių turnyre keturių komandų?

Organizuoja
Vilniaus universitetas

Remia
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA,
Leidykla TYTO ALBA,
NACIONALINIS EGZAMINŲ CENTRAS,
LIETUVOS JAUNŲJŲ MATEMATIKŲ MOKYKLA

XIX LIETUVOS 7-8 KLASIŲ MOKSLEIVIŲ MATEMATIKOS OLIMPIADA

Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos fakultetas, 2017 09 23

1. Pasakojama, kad kartą vienas labai atidus Brazilijos mokinukas į kiekvieną 7×7 lentelės langelį įrašė po skaičių (nebūtinai sveikąjį) taip, kad visose eilutėse ir visuose stulpeliuose esančių skaičių sumos buvo vienodos. Be to, visų keturių kampinių 2×2 kvadratų skaičių sumos buvo lygios 10, o lentelės centre esančio 3×3 kvadrato skaičių suma buvo lygi 25. Ar tikrai taip galėjo atsitikti, ir jei taip, tai kokia galėjo būti visų lentelės skaičių suma?

2. Šią vasarą Brazilijos spaudoje pasirodė pranešimas apie neįtikėtiną aritmetikos mėgėjo Romario pasiekimą: jis, panaudojęs po vieną kartą devynis iš dešimties skaitmenų 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, užrašė tris natūraliuosius skaičius, ir tų skaičių suma buvo 2017. Ar tai tikrai įmanoma? Ar galima padaryti tą patį, nepanaudojus kurio nors kito skaitmens (kito nei tas, kurio nepanaudojo Romario)?

3. Natūralusis skaičius n vadinamas *braziliškai brandžiu*, jei dalijasi iš 9, jo dešimtainiame užraše yra visi 10 skaitmenų ir jei, be to, jame vienetukų yra daugiau negu nuliukų, dvejetukų – daugiau nei vienetukų, ir t.t. (t.y. kuo didesnis skaitmuo, tuo daugiau kartų jis panaudojamas užrašant n). Pabandykite:
a) užrašyti bent vieną braziliškai brandų skaičių;
b) rasti patį mažiausią braziliškai brandų skaičių.

4. Pabandykite išspręsti tokias dvi šimtmečio problemas (už kiekvienos iš jų išsprendimą San Paulo Mokslo skatinimo draugija siūlo 1000 Brazilijos realų premiją):
a) ar įmanoma lygiakraštį trikampį padalinti į tris lygius (nebūtinai iškilus) keturkampius?
b) ar įmanoma lygiakraštį trikampį padalinti į tris lygius (nebūtinai iškilus) penkiakampius?

5. Mažame, bet ambicingame Brazilijos miestelyje kasmet rengiamos futbolo pirmenybės. Šįmet jose žada dalyvauti 5 komandos, bet ankstesniais metais jų skaičius būdavo ir kitoks – ir 4, ir 6, ir daugiau. Pagal taisykles, kiekviena komanda sužaidžia po vienerias rungtynes su kiekviena kita komanda (miestelyje tėra vienas stadionas, todėl abiems žaidžiančioms komandoms tai būna namų rungtynės). Kaip jau įprasta, už pergalę skiriami 3 taškai, už lygiąsias – 1 taškas, o pralaimėjusi komanda taškų negauna. Miestelio aritmetikai jau daug metų ginčijasi, kiek mažiausiai taškų gali surinkti pirmenybių nugalėtoja, surinkusi daugiau taškų, negu bet kuri iš likusių komandų. O kaip manote jūs:
a) kiek mažiausiai taškų gali surinkti nugalėtoja šįmet (kai turnyre dalyvauja 5 komandos)?
b) kiek mažiausiai taškų gali surinkti nugalėtoja, kai pirmenybėse dalyvauja n komandų?