Organizuoja

Vilniaus universitetas

Remia

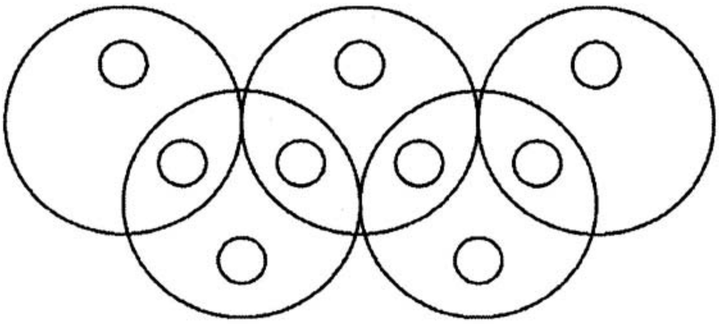
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA,
INFORMACINĖS TECHNOLOGIJOS,
Leidykla ALMA LITTERA,
Leidykla TEV,
Leidykla TYTO ALBA,
NACIONALINIS EGZAMINŲ CENTRAS,
LIETUVOS JAUNŲJŲ MATEMATIKŲ MOKYKLA

X LIETUVOS 5–6 KLASIŲ MOKSLEIVIŲ MATEMATIKOS OLIMPIADA

Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos fakultetas, 2008 09 27

Uždavinių sąlygos

1. Mikė Pūkuotukas rengiasi Olimpiadai. Jo treneris Knyslys (nepainioti su Knysliuku) parengė jam tokį olimpinės tematikos uždavinį:



Į penkiuose didžiuosiuose olimpiniuose žieduose esančius 9 apskritimukus reikia surašyti visus skaitmenis 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ir 9 (po vieną į kiekvieną apskritimuką), kad kiekviename iš 5 olimpinių žiedų visų jame esančių skaičių suma būtų lygiai 14.

2. Surimtėjęs Tomas pradėjo lyg užsuktas rašyti skaičių

18, 41, 64, 87,….

virtinę, kurioje kiekvienas naujas skaičius yra 23-imis vienetais didesnis už prieš jį esantį. Priėjęs dar rimtesnis Džeris sako, jog jeigu Tomas nesiliaus tų skaičių rašęs, tai kada nors jo virtinėje tikrai pasirodys vienais 9-tais užrašomas skaičius.

(A) Ar tikrai toje Tomo rašomų skaičių virtinėje pasirodys vienais 9-tais užrašomas skaičius?

(B) Jei toks skaičius virtinėje tikrai atsiranda, tai užrašykite jį ir nurodykite, kelintas jis yra toje virtinėje;

(C) O gal toks vienais 9-tais užrašomas skaičius toje skaičių virtinėje yra ne vienintelis? Atsakymą pagrįsti.

3. Kiekvieną kartą, išvydęs skaičių, kuriame yra du iš eilės einantys nuliai, Tomas krūpteli. Šeštadieniais, kai jie abu turi pakankamai laiko, Džeris išrašinėja skaičių virtines ir kruopščiai skaičiuoja Tomo krūpčiojimus.

(A) Pirmą šeštadienį Džeris išrašė visą skaičių nuo 000 iki 999 virtinę ir kruopščiai suskaičiavo, kelis kartus krūptelėjo Tomas. Kokį skaičių gavo Džeris?

(B) Antrą šeštadienį Džeris išrašė visą skaičių nuo 0000 iki 9999 virtinę ir vėl kruopščiai suskaičiavo, kelis kartus krūptelėjo Tomas. Kokį skaičių dabar gavo Džeris?

(C) Trečią šeštadienį Džeris išrašė jau visą skaičių nuo 00 000 iki 99 999 virtinę ir dar kartą kruopščiai suskaičiavo, kelis kartus krūptelėjo Tomas. Kelis kartus krūptelėjo jisai dabar?

4. Mikė Pūkuotukas eidamas namo rado brėžinį, kuriuose stačiakampis girios sklypas lygiagrečiomis jo kraštams tiesėmis buvo padalintas į 9 stačiakampiukus. Į kai kuriuos stačiakampiukus buvo įrašyti jų perimetrai (bet kurio stačiakampio perimetras yra tiksliai tą stačiakampį apjuosiančio siūlo ilgis). Viename stačiakampiuke Mikė Pūkuotukas pamatė klaustuką. Koks yra to stačiakampiuko perimetras?

10	11	12
5		
11		?

5. Robinzonas Kruzas ir jo asistentas Penktadienis pakaitomis spalvina po vieną arba po du juostelės 2×5 langelius. Pirmasis spalvinti pradeda Robinzonas. Laimi tas, kuris nuspalvina patį paskutinį lentelės langelį. Įrodykite, kad pradedantis Robinzonas gali visada spalvinti taip, kad laimėtų, nesvarbu kaip bespalvintų jo asistentas Penktadienis.

Organizuoja
Vilniaus universitetas

Remia
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA,
INFORMACINĖS TECHNOLOGIJOS,
Leidykla ALMA LITTERA,
Leidykla TEV,
Leidykla TYTO ALBA,
NACIONALINIS EGZAMINŲ CENTRAS,
LIETUVOS JAUNŲJŲ MATEMATIKŲ MOKYKLA

X LIETUVOS 7–8 KLASIŲ MOKSLEIVIŲ MATEMATIKOS OLIMPIADA

Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos fakultetas, 2008 09 27

Uždavinių sąlygos

1. Surimtėję Tomas ir Džeris įsidarbino kontrolieriais Daliklių apskaitos inspekcijoje. Pats pirmasis jiems pavestas darbas buvo iš eilės tikrinti visų skaičiaus 30 kartotinių, t.y. skaičių

30, 60, 90, 120,...

daliklių kiekį. Už kiekvieną tokį 30 kartotinį, kuris pats turi lygiai 30 daliklių, jiems buvo pažadėta premija. Už patį pirmą patikrintą skaičių 30 Tomas ir Džeris premijos negaus, nes pats skaičius 30 tiek daliklių neturi – jų tėra tik 8, nes visi skaičiaus 30 dalikliai yra

1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 ir 30.

(A) Ar galima surasti nors vieną tokį skaičiaus 30 kartotinį, už kurį Tomas ir Džeris gautų premiją?
(B) Ar galima surasti 2 tokius 30 kartotinius, turinčius po 30 daliklių?
(C) Ar galima surasti 6 tokius 30 kartotinius?
(D) Ar gali Tomas ir Džeris gauti 8 premijas?

2. Alisa aštuonis didesnius už 1 skaitmenis 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ir 9 įrašo kiekvieną į lygiai vieną iš 8 lygybės langelių taip, kad lygybė būtų teisinga. Kam yra lygi pati didžiausioji iš tų trijų teisingos lygybės trupmenų?

$$\frac{1}{\square\times\square}+\frac{\square}{\square\times\square}+\frac{\square}{\square\times\square}=1$$

3. Trikampio ABC kraštinėje AC yra pažymėtas taškas E, o kraštinėje AB – taškas F. Taškas D yra BE ir CF sankirtos taškas. Jeigu trikampių BDF, BCD ir CDE plotai yra atitinkamai 3, 7 , 7, tai kam tada yra lygus keturkampio $AEDF$ plotas?

4. Sveikas skeptikas Sanča Pansa nė už ką netiki, kad nepatyręs ieškotojas galėtų surasti tokį natūralųjį skaičių n, kad didelis skaičius n^6+206 dalytųsi be liekanos iš nemenko skaičiaus n^2+2, o don Kichotas užsispyręs vis kartoja, kad tokių skaičių yra. Negi tikrai įmanoma nustatyti, kiek jų yra ir kokie jie yra?

5. Robinzonas Kruzas ir jo asistentas Penktadienis pakaitomis spalvina po vieną arba po du turinčius bendrą kraštinę dar nenuspalvintus lentelės 2×9 langelius. Pirmasis spalvinti pradeda Robinzonas. Laimi tas, kuris nuspalvina patį paskutinį lentelės langelį. Įrodykite, kad pradedantis Robinzonas visada gali spalvinti taip, kad laimėtų, nesvarbu kaip bespalvintų jo asistentas Penktadienis.
