Organizuoja

Vilniaus universitetas

Remia

INFORMACINĖS TECHNOLOGIJOS,
BALTIC AMADEUS,
Leidykla ALMA LITTERA,
Leidykla TEV,
Leidykla TYTO ALBA,
NACIONALINIS EGZAMINŲ CENTRAS,
LIETUVOS JAUNŲJŲ MATEMATIKŲ MOKYKLA

IX LIETUVOS 5–6 KLASIŲ MOKSLEIVIŲ MATEMATIKOS OLIMPIADA

Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos fakultetas, 2007 09 29

Uždavinių sąlygos

1. Mikė Pūkuotukas dalyvavo atviroje barono Miunhauzeno olimpiadoje Balbieriškyje, kur jam buvo pasiūlyta spręsti 20 uždavinių. Už teisingą bet kurio uždavinio sprendimą buvo skiriami 8 taškai, o 5 taškai būdavo nuskaitomi už kiekvieną neteisingą uždavinio sprendimą. Nebūdavo nuskaitomi taškai už nespręstus uždavinius. Olimpiadoje Mikė Pūkuotukas surinko 13 taškų. Negi būtų įmanoma tiksliai sužinoti, kiek uždavinių jis išsprendė teisingai?

2. Baronas Miunhauzenas sako, kad dviženklis skaičius yra *realiai kažko vertas*, jeigu jis yra gaunamas prie to skaičiaus skaitmenų sandaugos du kartus iš eilės pridėjus to skaičiaus skaitmenų sumą ir tiktai tokiu atveju. Pavyzdžiui, skaičiaus 49 Miunhauzenas nelaiko *realiai kažko vertu*, nes

$$49 \neq 4 \cdot 9 + (4+9) + (4+9)$$

(A) Nurodykite vieną barono Miunhauzeno *realiai kažko vertu* laikomą dviženklį skaičių.
(B) Nurodykite 2 barono Miunhauzeno *realiai kažko vertais* laikomus dviženklius skaičius.
(C) Raskite visus barono Miunhauzeno *realiai kažko vertais* laikomus dviženklius skaičius.

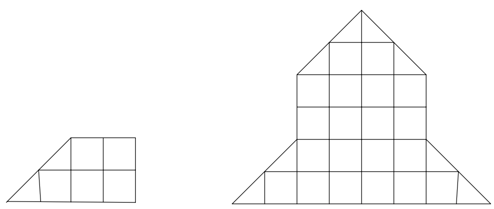
3. 3×3 kvadratą baronas laiko *stebuklingu*, jei kiekvienos jo eilutės, kiekvieno jo stulpelio ir abiejų „ilgųjų" įstrižainių langeliuose įrašytų skaičių suma yra viena ir ta pati.

		3
x	4	5

Mikė Pūkuotukas nuoširdžiai tiki, kad piešinyje pavaizduotas kvadratas yra *stebuklingas,* bet būkštauja nesugebėsiąs surasti, kam tada yra lygus x. Padėkite Mikei Pūkuotukui surasti x.

4. Barono Miunhauzeno sūnus Stasys turi 2 skirtingos *keliamosios galios* sunkvežimius. Jeigu pirmasis pilnai pakrautas padarytų 3 reisus, o antrasis – 4, tai jie kartu pervežtų mažiau negu 30 tonų krovinio, o jeigu pirmasis pilnai pakrautas padarytų 5 reisus, o antrasis – 9, tai jie kartu pervežtų daugiau negu 60 tonų krovinio. Kurio Stasio sunkvežimio *keliamoji galia* didesnė ir kodėl?

5. Baronas Miunhauzenas išsijuosęs įtikinėja visus iš eilės, kad jis galėtų kiekvieną iš dviejų piešinyje pavaizduotų figūrų be didelio vargo padalinti į 4 lygias dalis kiekvieną.
Ar galėtumėte ir jūs tai padaryti?



Organizuoja
Vilniaus universitetas

Remia
INFORMACINĖS TECHNOLOGIJOS,
BALTIC AMADEUS,
Leidykla ALMA LITTERA,
Leidykla TEV,
Leidykla TYTO ALBA,
NACIONALINIS EGZAMINŲ CENTRAS,
LIETUVOS JAUNŲJŲ MATEMATIKŲ MOKYKLA

IX LIETUVOS 7–8 KLASIŲ MOKSLEIVIŲ MATEMATIKOS OLIMPIADA

Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos fakultetas, 2007 09 29

Uždavinių sąlygos

1. (**A**) Baronas Miunhauzenas yra giliai įsitikinęs, kad yra įmanoma surasti tokius 4 skirtingus 4-ženklius skaičius, užrašomus vien tik skaitmenimis 1, 2 ir 3 ir tokius, kad bet kurių dviejų iš jų skaitmenys sutampa daugiausiai vienoje skiltyje. Ar baronas yra teisus taip tikėdamas?

(**B**) Baronas Miunhauzenas nė už ką netiki, kad būtų kada nors įmanoma surasti tokius 6 skirtingus 4-ženklius skaičius, užrašomus vien tik skaitmenimis 1, 2 ir 3 ir tokius, kad bet kurių dviejų iš jų skaitmenys sutampa daugiausiai vienoje skiltyje. Ar baronas yra teisus taip netikėdamas?

(**C**) Kiek iš viso daugiausiai gali būti tokių 4-ženklių skaičių, užrašomų vien tik skaitmenimis 1, 2 ir 3 ir tokių, kad bet kurių dviejų iš jų skaitmenys sutampa daugiausiai vienoje skiltyje?

2. (**A**) Baronas Miunhauzenas nė už ką netiki, kad būtų galima visus sveikuosius teigiamus skaičius nuo 1 iki 16 surašyti į vieną eilutę taip, kad bet kurių dviejų kaimyninių skaičių suma būtų tikslus kvadratas. Ar baronas yra teisus taip netikėdamas?

(**B**) Baronas Miunhauzenas tvirtai tiki, kad pavyks visus sveikuosius teigiamus skaičius nuo 1 iki 16 surašyti ratuku taip, kad bet kurių dviejų kaimyninių skaičių suma būtų tikslus kvadratas. Ar baronas yra teisus taip tikėdamas?

3. Kvadrato $ABCD$ kraštinėse BC ir CD atitinkamai Mikė pažymėjo taškus K ir L taip, kad $\angle AKB = \angle AKL$. Padėkite jam surasti tikrąjį kampo $\angle KAL$ didumą.

4. (**A**) Šerlokas Holmsas kartu su daktaru Vatsonu norėtų surasti visas sveikųjų teigiamų skaičių x ir y poras (x, y), kad

$$x^2 - y^2 - x + y = 10.$$

Kiek tokių porų jie suras, ir kokios yra tos poros?

(**B**) Pamėginkite padėti jiems ir raskite, jeigu tai tik įmanoma, tokią sveikųjų teigiamų skaičių x ir y porą (x, y), kad

$$x^2 - y^2 - x + y = 2007.$$

5. 7×7 kvadratas sudarytas iš 49 vienodų vienetinių langelių. Kai kuriuos vienetinius langelius Mikė Pūkuotukas nuspalvino juodai tokiu būdu, kad kiekvienoje eilutėje ir kiekviename stulpelyje esančių Mikės juodai nuspalvintų langelių skaičius yra lyginis (gali būti 0).

(**A**) Ar galėtų Mikė taip nuspalvinti kuriuos nors 4 vienetinius langelius?

(**B**) Ar galėtų Mikė taip nuspalvinti kuriuos nors 6 vienetinius langelius?

(**C**) Kokį vienetinių langelių skaičių galėtų Mikė taip nuspalvinti?
Nurodykite visus galimus taip nuspalvintų langelių skaičius.