

Organizuoja
Vilniaus universitetas

Remia
INFO-TEC, BALTIC AMADEUS,
Leidykla ALMA LITTERA,
Leidykla TEV,
Leidykla TYTO ALBA,
NACIONALINIS EGZAMINŲ CENTRAS,
LIETUVOS JAUNŲJŲ MATEMATIKŲ MOKYKLA

AŠTUNTOJI LIETUVOS 5–6 KLASIŲ MOKSLEIVIŲ MATEMATIKOS OLIMPIADA

Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos fakultetas, 2006-09-30

Uždavinių sąlygos

1. Sveikasis teigiamas skaičius N yra vadinamas *nerealiai geru*, jeigu visus jo skaitmenis įmanoma suskirstyti į dvi grupes taip, kad visų vienos grupės skaitmenų suma yra lygi visų kitos grupės skaitmenų sumai. *Nerealiai geras* yra, pavyzdžiui, skaičius 1623143, nes $1+6+2+1 = 3+4+3$.
(A) Raskite pačią mažiausią sveikų teigiamų skaičių N ir $N + 1$ porą ($N, N + 1$) tokią, kad abu poros skaičiai N ir $N + 1$ būtų *nerealiai geri*.
(B) Raskite tokią gretimų *nerealiai gerų* skaičių porą K ir $K+1$, kuri būtų arčiausiai skaičiaus 2006.
2. Kiek yra trikampių, kurių kraštinių ilgių yra iš eilės einantieji sveikieji skaičiai ir kurių perimetrai neviršija 100?
3. Ar galima tiesėje pažymėti taškus A, B, C, D ir E taip, kad atstumai centrimetrais tarp jų būtų tokie: $AB = 4$, $BC = 7$, $CD = 9$, $DE = 6$ ir $AE = 8$ cm?
4. Magiškame 4×4 matmenų kvadrato kiekvienos eilutės, kiekvieno stulpelio ir abiejų ilgųjų įstrižainių skaičių sumos yra vienodos. Baikite pildyti magiškąjį kvadratą.

12			
7	9		
	4	5	11
		10	8

5. Dailidė pardavinėja vienodas taburetes, vienodas lentynėles ir vienodas dėžutes. Jonas pirko 8 taburetes, 11 lentynėlių ir 2 dėžutes ir sumokėjo 875 litus. Petras pirko 3 taburetes, 2 lentynėles ir 5 dėžutes ir sumokėjo 343 litus. Kiek kainuoja 1 taburetė, 1 lentynėlė ir 1 dėžutė kartu?

Organizuoja
Vilniaus universitetas

Remia
INFO-TEC, BALTIC AMADEUS,
Leidykla ALMA LITTERA,
Leidykla TEV,
Leidykla TYTO ALBA,
NACIONALINIS EGZAMINŲ CENTRAS,
LIETUVOS JAUNŲJŲ MATEMATIKŲ MOKYKLA

AŠTUNTOJI LIETUVOS 7–8 KLASIŲ MOKSLEIVIŲ MATEMATIKOS OLIMPIADA

Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos fakultetas, 2006-09-30

Uždavinių sąlygos

1. Vien tik nuliais ir vienetais užrašomas 11-ženklis skaičius baigiasi 11 ir dalijasi iš 11.
 - (A) Nurodykite kokį nors vieną tokį 11-ženklį skaičių.
 - (B) Suraskite patį mažiausią tokį 11-ženklį skaičių.
 - (C) Suraskite patį didžiausią tokį 11-ženklį skaičių.
2. Šachmatų turnyras, kuriame dalyvauja 8 šachmatininkai, yra vykdomas 7 ratais. Kaip žinoma, taškai už kiekvieną sužaistą partiją yra skirstomi taip: 1 taškas yra skiriamas už laimėtą partiją, $\frac{1}{2}$ taško – už lygiosiomis pasibaigusią partiją ir 0 taškų yra skiriamas už pralaimėtą partiją.
 - (A) Irodykite, kad tame turnyre ir po pirmojo, ir po antrojo, ir po trečiojo rato visada yra bent 2 dalyviai, sukaupę po vienodą taškų skaičių.
 - (B) Pasibaigus turnyru visi jo dalyviai buvo sukaupę po skirtingą taškų skaičių. Kiek mažiausiai taškų galėjo būti surinkęs turnyro nugalėtojas?
3. Taškas E yra kvadrato ABCD kraštinės CD vidurio taškas. Kvadrato viduje pažymime tokį tašką M, kad
$$\angle MAB = \angle MBC = \angle BME = x.$$
Raskite kampo x didumą.
4. Lygčių sistemą
$$a^2 + b^2 = 2(c + d)$$
$$c^2 + d^2 = 2(a + b)$$
spręsimė sveikaisiais skaičiais a, b, c ir d.
 - (A) Nurodykite vieną tokį skaičių a, b, c ir d ketvertą (a,b,c,d).
 - (B) Nurodykite du tokius skaičių a, b, c ir d ketvertus (a,b,c,d).
 - (C) Raskite visus tokius skaičių a, b, c ir d ketvertus (a,b,c,d).