

IV LIETUVOS JAUNESNIŲJŲ KLASIŲ MOKSLEIVIŲ OLIMPIADA

Vilnius, 2002 m. rugsėjo 28 d.

5– 6 klasės

1. Jei iš aštuonių skaičių eilės 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 išbrauktume 1, 3, 5, 6 ir 7, tai likusių skaičių 2, 4 ir 8 sandauga $2 \cdot 4 \cdot 8 = 64$ būtų lygi $8 \cdot 8$, taigi būtų tikslus kvadratas. Kiek mažiausiai skaičių reikėtų išbraukti iš eilės, kad likusių skaičių sandauga būtų tikslus kvadratas?
2. Turime skiautę popieriaus. Ją galime suplėšyti į 8 arba į 12 skiaučių. Kiekvieną skiautę vėl galima suplėšyti į 8 arba į 12 skiaučių ir t.t. Ar taip plėšant kada nors įmanoma gauti:
 - a) 60 sklaiučių;
 - b) 61 skiautę;
 - c) 2002 skiautes.
3. Ar galima visus skaičius nuo 1 iki 10 surašyti apskritimu taip, kad bet kurių dviejų kaimyninių skaičių skirtumas būtų ne mažesnis kaip 4?
4. Penkis skaičius visais galimais būdais sudėjus po 3, buvo gautos tokios sumos:
10, 14, 15, 16, 17, 17, 18, 21, 22, 24.
Raskite tuos penkis skaičius.

7– 8 klasės

1. Jei iš skaičių 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 ir 16 išbrauktume 4, 8, 10, 14 ir 16, tai likusių skaičių 2, 6 ir 12 sandauga būtų lygi $144 = 12 \cdot 12$, taigi būtų tikslus kvadratas. Kiek mažiausiai skaičių reikėtų išbraukti iš tos eilės, kad likusių skaičių sandauga būtų tikslus kvadratas?
2. Duota lygtis
$$3xy - x - 2y = 8.$$
 - a) Raskite vieną sveikųjų skaičių porą $(x; y)$, tenkinančią šią lygtį.
 - b) Raskite dvi sveikųjų skaičių poras, tenkinančias šią lygtį.
 - c) Raskite tris sveikųjų skaičių poras, tenkinančias šią lygtį.
 - d) Raskite visas šios lygties sveikųjų sprendinių poras.
3. Trapecija vadiname keturkampį, kurio dvi priešingos kraštinės yra lygiagrečios, o kitos dvi ne. Lygiašonę trapeciją jos įstrižainė dalija į du lygiašonius trikampius. Raskite tos trapecijos kampus.
4. Simboliu $S(n)$ žymėsime natūraliojo skaičiaus n skaitmenų sumą, pavyzdžiui, $S(129) = 1 + 2 + 9 = 12$. Skaičius n ir m vadinsime giminingais, jei $n + S(n) = m + S(m)$. Raskite:
 - a) du giminingus skaičius;
 - b) tris tarpusavyje giminingus skaičius;
 - c) ar egzistuoja 23 tarpusavyje giminingi skaičiai?