

**ALYTAUS APSKRITIES XIX KOMANDINĖ MATEMATIKOS
OLIMPIADA
MOKYTOJO KAZIO KLIMAVIČIAUS TAUREI LAIMĖTI**

Merkinė, 2015 m. gruodžio 4 d.

UŽDAVINIAI

1. Marytė rado 175 baravykus ir sudėjo juos į kelias krūveles – po vienodą baravykų skaičių. Jeigu Marytė dviejų krūvelių grybus išskirstytų po lygiai į kitas krūveles, tai jos padidėtų po 10 baravykų. Raskite krūvelių skaičių.
2. Nelyginiai natūralieji skaičiai suskirstyti į grupes: pirmą grupę sudaro skaičius 1, antrą – skaičiai 3 ir 5, trečią – skaičiai 7, 9 ir 11 ir t. t. Apskaičiuokite n -tos grupės skaičių sumą.
3. Natūralusis skaičius dalijasi iš 56. Jo skaitmenų suma lygi 56, o paskutiniai du skaitmenys sudaro skaičių 56. Raskite tokį natūralųjį skaičių.
4. Raskite visus sveikųjų skaičių x , y ir z trejetus $(x; y; z)$, kurie tenkina lygčių sistemą
$$\begin{cases} x + y + z = 6, \\ x + yz = 7. \end{cases}$$
5. Skaičiai x , y ir z tenkina sąlygą $x(x+1) = y(y+1) = z(z+1)$. Įrodykite, kad
$$(x - y)(y - z)(z - x) = 0.$$
6. Šeimą sudaro trys asmenys: tėvas, motina ir sūnus. Šiuo metu jų amžių suma yra 65 metai. Prieš 9 metus tokia suma buvo 40 metų. Be to, prieš 4 metus tėvas buvo 9 kartus vyresnis už sūnų. Kiek metų turi tėvas, motina ir sūnus?
7. Natūralusis skaičius x neturi nuliui lygių skaitmenų. Be to, $x \cdot \bar{x} = 1000 + p(x)$; čia \bar{x} yra skaičius, užrašytas tais pačiais skaitmenimis kaip ir x , tik atvirkščia tvarka, o $p(x)$ yra skaičiaus x skaitmenų sandauga. Raskite tokį natūralųjį skaičių x .
8. Kokio skaičiaus faktorialą reikia išbraukti iš sandaugos
$$1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \dots \cdot 99! \cdot 100!,$$
 kad likusių skaičių sandauga būtų kurio nors natūraliojo skaičiaus kvadratas?
9. Kvadrato $ABCD$ (žr. pav.) kraštinės ilgis lygus 1. Be to, $AE = EB$ ir $AF = FD$. Raskite subrūkšniuotos figūros $AEMN$ plotą.
10. Trikampio ABC aukštinės AH ir CF kertasi taške M , kuris yra pirmosios aukštinės vidurio taškas, o antrąją dalija santykiu $CM : MF = 2 : 1$. Raskite trikampio kampą ABC .

