

**ALYTAUS APSKRITIES XVII KOMANDINĖ MATEMATIKOS
OLIMPIADA
MOKYTOJO KAZIO KLIMAVIČIAUS TAUREI LAIMĖTI**

Butrimonys, 2013 m. lapkričio 30 d.

UŽDAVINIAI

1. Jonas ir Petras grybavo – rinko baravykus ir raudonikius. Petro rastų grybų skaičius sudarė 55 procentus abiejų grybautojų rastų grybų skaičiaus. Jonas baravykų rado 25 procentais mažiau negu Petras, o Petras – 25 procentais mažiau raudonikių negu Jonas. Kiek grybų rado Jonas? Skaičiuodami turėkite mintyje, kad į Jono pintinę galėjo sutilpti ne daugiau kaip 100 grybų.
2. Šeimą sudaro trys asmenys – tėvas, motina ir sūnus. Šiuo metu jų amžių (metais) suma lygi 65 metams. Prieš 9 metus šeimos narių amžių suma buvo 40 metų. Prieš 4 metus tėvas buvo 9 kartus vyresnis už sūnų. Kiek metų turi tėvas, motina ir sūnus?
3. Du dviratininkai vienu metu išvažiavo iš vietovių A ir B – vienas į B , o kitas į A . Abu važiavo pastoviais greičiais. Kai pirmasis dviratininkas nuvažiavo trečdalį kelio, antrajam iki pusiaukelės buvo likę 2,5 km. Kai antrasis atvyko į A , pirmajam iki B buvo likę 6 km. Koks atstumas tarp A ir B ?

4. Įrodykite, kad skaičius $p^2 - 1$ dalijasi iš 24, jei p yra didesnis už 3 pirminis skaičius.

5. Natūraliųjų skaičių a , b ir c suma lygi 2013. Įrodykite, kad natūralusis skaičius $n = \overline{abc}$, gaunamas prie skaičiaus a prirašius (iš dešinės) skaičių b , o paskui ir c , dalijasi iš 3.

6. Raskite visas sveikųjų skaičių x ir y poras $(x; y)$, kurios tenkina lygybę

$$3xy - 3x + 2y - 16 = 0.$$

7. Raskite, su kuria realiųjų skaičių x ir y pora $(x; y)$ reiškinio $5x^2 - 2xy + y^2 - 4x - 4$ reikšmė yra pati mažiausia.

8. Išspręskite lygtį

$$(4x + 5)^2(2x + 3)(x + 1) = 1,5.$$

9. Apskaičiuokite reiškinio

$$\frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1}$$

reikšmę, jeigu $\frac{x}{x^2 + x + 1} = a$.

10. Apskaičiuokite trikampio ABC kampo A didumą, jeigu galioja lygybė

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{l},$$

kurioje b ir c yra kraštinių AC ir AB ilgiai, o l – kampo A pusiaukampinės ilgis.