

Vilniaus universitetas

J. Kubilius

TIKIMYBIŲ TEORIJA IR MATEMATINĖ STATISTIKA

Antrasis leidimas

Vilniaus universiteto leidykla
1996

ALMAE MATRI VILNENSI,
CLARAE VETERRIMAE, MAGNAE
MAGISTRAE SAPIENTIAE
hoc opusculum dedicavi

TURINYS

Pratarmė pirmajam leidimui	7
Pratarmė antrajam leidimui	8
Pratarmė anglų kalba	9
I skyrius. TIKIMYBĖS SAŲOKA	
1. Atsitiktiniai įvykiai	10
2. Tikimybė	12
3. Elementarieji įvykiai	17
4. Veiksmai su įvykiais	18
5. Klasikinis tikimybės apibrėžimas	22
6. Kelios kombinatorikos formulės	25
7. Keletas pavyzdžių	29
8. "Geometrinės" tikimybės	31
9. Tikimybių teorijos aksiomos	36
10. Tikimybių savybės	39
11. Sąlyginės tikimybės	42
12. Nepriklausomi įvykiai	47
13. Nepriklausomi eksperimentai	51
14. Bernulio eksperimentai	53
15. Tikimybės $p_n(k)$ asimptotika	56
16. Apibendrintoji Bernulio eksperimentų schema	68
II skyrius. ATSITIKTINIAI DYDŽIAI	
1. Atsitiktinio dydžio sąvoka	71
2. Atsitiktinių dydžių pasiskirstymo funkcijos ir jų savybės	74
3. Daugiamatai atsitiktiniai dydžiai	80
4. Daugiamatčių atsitiktinių dydžių pasiskirstymo funkcijos	81
5. Svarbiausi pasiskirstymo funkcijų tipai	86
6. Nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai	98
7. Atsitiktinių dydžių vidurkiai	103
8. Atsitiktinių dydžių vidurkių savybės	108
9. Momentai ir kitos skaitinės charakteristikos	111
10. Sąlyginės tikimybės ir sąlyginiai vidurkiai	121

III skyrius. ATSITIKTINIŲ DYDŽIŲ SEKOS.
ATSITIKTINIAI PROCESAI

1. Borelio–Kantelio lema. Nulio arba vieneto dėsnis	131
2. Atsitiktinių dydžių sekų konvergavimas	135
3. Didžiųjų skaičių dėsnis	140
4. Trijų eilučių teorema	146
5. Stiprusis didžiųjų skaičių dėsnis	152
6. Kartotinio logaritmo dėsnis	158
7. Silpnasis konvergavimas	168
8. Charakteristinės funkcijos ir paprasčiausios jų savybės	176
9. Apvertimo ir vienaties teoremos	187
10. Tolydumo teorema	199
11. Centrinė ribinė teorema	207
12. Lokalioji ribinė teorema	217
13. Atsitiktinių vektorių charakteristinės funkcijos	224
14. Atsitiktinio proceso sąvoka	228
15. Markovo grandinės	230
16. Markovo grandinių būsenų klasifikacija	234
17. Markovo grandinių ergodinės teoremos	242
18. Tolydaus laiko Markovo grandinės. Markovo procesai. Martingalai	247
19. Brauno ir Puasono procesai	253
20. Dauginimosi ir nykimo procesas	260

IV skyrius. MATEMATINĖS STATISTIKOS
PRADMENYS

1. Matematinės statistikos uždaviniai	263
2. Atsitiktinio dydžio empirinės charakteristikos	265
3. Stebėjimo duomenų grupavimas	268
4. Pakankamosios statistikos	270
5. Suderintieji ir nepaslinktieji įverčiai	274
6. Įverčių sudarymo metodai	282
7. Efektyvieji įverčiai	285
8. Pasikliautinieji intervalai	291
9. Statistinių hipotezių tikrinimas	299
10. Fundamentalioji Neimano–Pirsono lema	301
11. Hipotezių apie pasiskirstymo parametrus tikrinimas	304
12. χ^2 kriterijus	315
13. Kriterijai, pagrįsti empirinės ir teorinės pasiskirstymo funkcijų skirtumu	329

14. Smirnovo kriterijus	336
15. Ženklų kriterijus	342
16. Ranginiai kriterijai	344

V skyrius. PRIEDAS. MATO IR INTEGRALO
TEORIJS PRADMENYS

1. Aibių klasės	346
2. Aibių matas	353
3. Mato savybės	356
4. Mato pratęsimas	364
5. Pusalgebriai	368
6. Lebego–Styltjeso matas	371
7. Mačiosios funkcijos	377
8. Integralo sąvoka	384
9. Integralo savybės	391
10. Matų sandauga. Kartotiniai integralai	403
11. Lebego–Styltjeso ir Rymano–Styltjeso integralai	414
Literatūra	422

PRATARMĖ PIRMAJAM LEIDIMUI

Šiandieninė tikimybių teorija yra gana abstraktus mokslas. Ji pagrįsta mato ir integralo teorija, taip pat daugeliu faktų iš kitų matematikos sričių. Tikimybių teorijos kursuose nematematikams paprastai supažindinama tik su paprasčiausiomis schemomis, kurioms suvokti pakanka elementariosios matematikos ir šiek tiek diferencialinio bei integralinio skaičiavimo žinių. Ilgą laiką šis kursas taip buvo dėstomas ir matematikams. Kita vertus, perdėtas kurso abstraktinimas pradedantiems studijuoti šią svarbią discipliną galėtų užtušuoti svarbiausias jos idėjas. Todėl autorius, nors ir ryždamasis išdėstyti gana abstrakčią teoriją, stengėsi pagrindines idėjas iliustruoti paprastais pavyzdžiais, motyvuoti apibendrinimų būtinumą. Negailėjo vietos aiškinimams, ypač knygos pradžioje. Kadangi net studentai matematikai neturi pakankamai žinių iš mato ir integralo teorijos, teko knygoje pateikti ir jas su pilnais įrodymais. Tik kai kurie faktai pateikiami be įrodymų, nurodant atitinkamą literatūrą. Tekstas iliustruojamas pavyzdžiais ir uždaviniais.

Knyga skirta studentams matematikams, iš dalies ja galės pasinaudoti ir kitų specialybių studentai, taip pat asmenys, norintys išigyti gilesnių žinių iš tikimybių teorijos ir matematinės statistikos.

Knyga suskirstyta į skyrius ir skyrelius. Kiekviename skyrelyje teoremos, lemos ir pavyzdžiai numeruojami iš eilės. Cituojant kito skyriaus teoremą, vartojami trys numeriai: skyriaus numeris žymimas romėnišku skaitmeniu, skyrelio ir teoremos – arabiškais skaitmenimis. Pavyzdžiui, III.7.3 teorema yra trečiojo skyriaus 7 skyrelio 3 teorema. Cituojant to paties skyriaus teoremą, skyriaus numeris praleidžiamas, o cituojant to paties skyrelio teoremą – praleidžiamas ir skyrelio numeris. Taip pat cituojamos ir lemos bei pavyzdžiai. Teoremų ir lemų įrodymų pabaiga žymima ženklų \square .

Į pateiktą knygoje literatūros sąrašą įtraukti autoriaus panaudoti veikalai ir knygos, rekomenduotinos skaitytojui, norinčiam plačiau ir giliau studijuoti tikimybių teoriją ir matematinę statistiką. Tekste laužtiniuose skliaustuose nurodomas veikalo numeris iš to sąrašo.

Knygos gale įdėta rodyklė padės skaitytojui rasti įvairių terminų apibrėžimus.

Knygos apimtis neleido pateikti uždavinių pratyboms bei lentelių. Rekomenduojame skaitytojams uždavinynus [14, 24] ir knygos [2, 17] pateiktas lenteles.

Autorius dėkoja knygos recenzentams prof. B. Grigelioniui ir Kauno politechnikos instituto matematikams, taip pat Vilniaus universiteto Taikomosios matematikos bei Tikimybių teorijos ir skaičių teorijos katedrų bendradarbiams už vertingas pastabas. Autorius dėkingas taip pat kolegoms K. Lyncienei ir V. Verikaitei, kurios įdėjo daug darbo, ruošiant rankraštį spaudai, ir visiems vienaip ar kitaip prisidėjusiems prie knygos išleidimo.

Autorius bus dėkingas už skaitytojų kritines pastabas. Jas prašome siųsti šiuo adresu: leidykla "Mokslas", Žvaigždžių 23, 2050 Vilnius.

Autorius

PRATARMĖ ANTRAJAM LEIDIMUI

Pirmasis šio vadovėlio leidimas išėjo 1980 metais. Knyga buvo palankiai sutikta. Ja galėjo pasinaudoti ne tik matematikos ir kitų specialybių studentai, bet ir įvairūs mokslo bei praktikos darbuotojai, kuriems prireikė tikimybių teorijos ar matematinės statistikos teorinių žinių. Knygą šiandien galima gauti tik bibliotekose. Ir ten didelė dalis egzempliorių jau susidėvėjusi. Todėl autorius ryžosi paruošti antrąjį leidimą.

Šiame leidime ištaisyti pastebėti netikslumai, kai kurie dalykai išdėstyti šiek tiek kitaip. Mato bei integralo teorijos žinios, kurios buvo pirmajame leidime išbarstytos visoje knygoje, dabar sukeltos į vieną – penktąjį skyrių.

Vertingų pastabų pateikė doc. R. Lapinskas ir kiti kolegos. Visiems jiems dėkoju. Ypač esu dėkingas bendradarbiams V. Verikaitei ir R. Stančikienei, padėjusioms paruošti knygos rankraštį, pirmojo ir antrojo leidimo redaktorėms E. Leikauskienei ir Z. Manstavičienei, rūpestingai surinkusiai tekstą kompiuteriu V. Račkauskienei, korektorei V. Vitkauskienei ir Vilniaus universiteto leidyklai, radusiai galimybių išleisti knygą.

J. Kubilius

PROBABILITY THEORY AND MATHEMATICAL STATISTICS.
J. Kubilius. – Vilnius.

This book provides an introduction to the field. It contains the main concepts of probability, properties of probability distributions and their numerical characteristics, laws of large numbers for sums of random variables, the method of characteristic functions and the central limit theorem, Markow chains and simple stochastic processes, properties of point and interval estimations, testing statistical hypotheses.

Although great care has been taken to make the book mathematically rigorous, the intuitive approach as well as the applicability of the concepts and theorems are emphasized. The book presents an outline of many of the possible applications of the theory, accompanied by descriptive concrete examples.

The book is intended primarily to students of mathematics, it would be of interest to all those working in applied science.

No previous knowledge of probability is assumed for this book. In order to help the reader, some concepts of measure and integration theory are given.