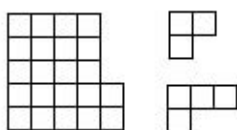


Vilniaus mokinių matematikos olimpiados užduotys 11 - 12 klasei

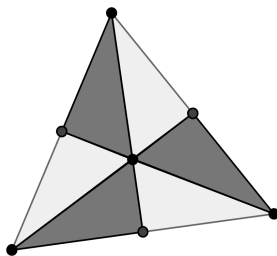
2011 m.

1. Algis supjaustė pavaizduotąją 22 kvadratinių langelių figūrą į trilanges ir keturlanges dalis, sutampančias su figūromis, pavaizduotomis dešinėje (dalis galima apversti bei apsukti). Kiek trilangių dalių jis galėjo gauti?



(5 taškai)

2. Trikampio pusiauokraštinės dalija jį į šešis trikampius. Trijų trikampių, užtušuotų paveikslėlyje, įbrėžtinių apskritimų spindulius pažymėkime r_1, r_2, r_3 , o likusių trijų trikampių įbrėžtinių apskritimų spindulius – r_4, r_5, r_6 .



Įrodykite, kad $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} = \frac{1}{r_4} + \frac{1}{r_5} + \frac{1}{r_6}$.

(5 taškai)

3. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} 2x = u^2 - 23; \\ 4y = x^2 + 7; \\ 6z = y^2 + 14; \\ 8t = z^2 + 23; \\ 10u = t^2 + 34. \end{cases}$$

(5 taškai)

4. Raskite visus sveikuosius skaičius x , su kuriais skaičius $2^x + 5$ yra racionalaus skaičiaus kvadratas.

(5 taškai)