

VILNIAUS MIESTO MOKSLEIVIŲ MATEMATIKOS OLIMPIADA
Vilnius, 2008

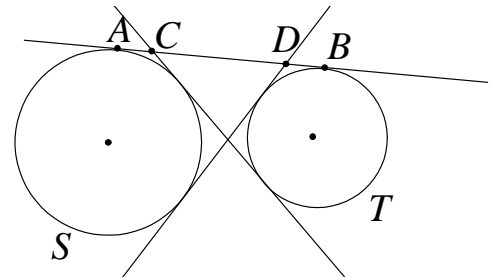
UŽDAVINIAI

IX klasė

1. Ant stalo stovi 7 neuždegtos lempos, kiekviena su savo jungikliu, kuris nedegančią lempą uždega, o degančią – užgesina.
 - 1) Vienu ėjimu galima nuspausti bet kuriuos 4 jungiklius. Ar taip elgiantis galima pasiekti, kad visos lempos degtų vienu metu?
 - 2) Vienu ėjimu galima nuspausti bet kuriuos 3 jungiklius. Ar taip elgiantis galima pasiekti, kad visos lempos degtų vienu metu?

2. Kiekvienoje kubo viršūnėje įrašome po triženklį skaičių, sudarytą tik iš skaitmenų 1 ir 2. Ar gali būti taip, kad bet kuriose dviejose kubo viršūnėse, kurias jungia to kubo briauna, įrašytų skaičių skaitmenys sutaptų daugiausiai vienoje pozicijoje? (Pavyzdžiui, skaičių 221 ir 122 skaitmenys sutampa lygiai vienoje pozicijoje – dešimčių.)

3. Plokštumoje duoti du vienas kito išorėje esantys ir bendrų taškų neturintys apskritimai S ir T . Šiems apskritimams išvestos trys bendros liestinės bei pažymėti jų taškai taip, kaip pavaizduota paveiksle (A ir B yra lietimosi taškai, C ir D yra liestinių susikirtimo taškai). Įrodykite, kad $AC = BD$.



4. Išspręskite lygtį

$$\frac{x^4 + 4}{x^2 - 2} = 5x.$$