

VILNIAUS MIESTO MOKSLEIVIŲ MATEMATIKOS OLIMPIADA

Vilnius, 2008

UŽDAVINIAI

XII klasė

1. Trijų sveikųjų teigiamų skaičių suma lygi 2003. Keliais nuliais daugiausiai gali baigtis šių trijų skaičių sandauga?
2. Trikampio viduje pažymėtas taškas, o per jį išvestos trys tiesės, lygiagrečios trikampio kraštinėms. Šių tiesių dalys, esančios trikampio viduje, yra to paties ilgio x atkarpos. Raskite x , jei trikampio kraštinių ilgiai yra a , b ir c .
3. Tegū x – dešimties iš eilės einančių sveikųjų teigiamų skaičių suma, o y – tų pačių dešimties skaičių kubų suma. Įrodykite, kad $y^2 - x^2$ dalijasi iš 300.
4. Duota kvadratinė lentelė, sudaryta iš $2n \times 2n$ vienetinių langelių. Kai kurie langeliai nudažyti taip, kad vienu metu išbraukus bet kurias n eilučių ir bet kuriuos n stulpelių, gautoje $n \times n$ lentelėje lieka bent vienas nudažytas langelis. Kiek mažiausiai langelių reikia nudažyti?