

Vilniaus miesto matematikos olimpiada, 2007

Užduotis IX klasių mokiniams

1. Ant lentos užrašyta 10 plusių ir 15 minusių. Leidžiama nutrinti bet kuriuos du ženklus ir vietoj jų parašyti plusą, jei tie ženklai sutampa, arba minusą, jei jie skirtingi. Koks ženklas galiausiai liks lentoje (po 24 operacijų)?

2. Apskaičiuokite reiškinį

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{400}\right).$$

3. Raskite visas sveikųjų skaičių x ir y poras $(x; y)$, kurios tenkina lygtį

$$(x + y^2) \cdot (x^2 + y) = (x + y)^3.$$

4. Ar 81-ženklis skaičius $\underbrace{1111\dots 11}_{81 \text{ skaitmuo}}$, kurio visi skaitmenys yra vienetai, dalijasi iš 81?