



Rietavo trečioji komandinė matematikos olimpiada mokytojo Kazio Šikšniaus taurei laimėti

Rietavas, 2004 m. sausio 24 d.

Užduotis vyresniųjų klasių moksleiviams

1. Ar yra toks natūralusis skaičius n , su kuriuo skaičiaus n^{2004} paskutiniai keturi skaitmenys yra 2004?
2. Koks triženklis skaičius yra lygus jo vienetų skaitmens kubui?
3. Natūralieji skaičiai nuo 1 iki 99999 iš eilės surašyti ilgoje popieriaus juostoje. Gautas skaičius yra 1234567891011121314.....999979999899999. Raskite šio skaičiaus skaitmenų sumą.
4. Apskaičiuokite sumą
$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}.$$
5. Ar galima kvadratą padalyti į tris keturkampius taip, kad į kiekvieną iš jų būtų galima įbrėžti apskritimą (apskritimų spinduliai nebūtinai vienodi)?
6. Trikampio aukštinių ilgiai yra 3 cm, 4 cm ir 5 cm. Koks šis trikampis – smailusis, statusis ar bukasis?
7. Be skaičiuotuvų apskaičiuokite reiškinį $\log_2(\operatorname{tg}1^0) + \log_2(\operatorname{tg}2^0) + \dots + \log_2(\operatorname{tg}89^0)$.
8. Tegū $x > 0$, $y > 0$. Pažymėkime a - mažiausią iš trijų skaičių x , $y + \frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$, t.y. $a = \min(x, y + \frac{1}{x}, \frac{1}{y})$. Kokia gali būti didžiausia skaičiaus a reikšmė?
9. Raskite visas funkcijas $f(x)$, apibrėžtas realiųjų skaičių aibėje, tenkinančias lygybę $x(f(x) + f(-x) + 4) + 2f(x) + 2 = 0$.
10. Jonas ir Petras gyvena viename name. Kiekvienoje laiptinėje kiekviename aukšte yra po 4 butus. Jonas gyvena penktame aukšte 83 bute, o Petras – trečiame aukšte 169 bute. Kelių aukštų Jono ir Petro namas?