

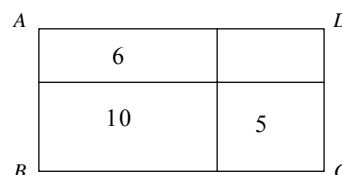


Rietavo antroji komandinė matematikos olimpiada mokytojo Kazio Šikšniaus taurei laimėti

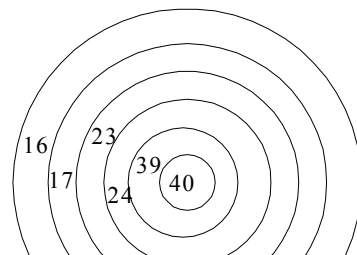
Rietavas, 2003 m. sausio 25 d.

Užduotis jaunesniųjų klasių moksleiviams

1. Stačiojo trikampio statinių ilgiai yra a ir b , o įžambinė lygi c . Įrodykite nelygybę $a + b \leq c\sqrt{2}$.
2. Stačiakampis $ABCD$ suskaidytas į keturias dalis, kaip pavaizduota brėžinyje. Žinomi trijų dalių plotai: 6, 10 ir 5 cm^2 . Apskaičiuokite stačiakampio $ABCD$ plotą.



3. Ar galima kvadrato formos stalą, kurio kraštinės ilgis 90 cm, visiškai uždengti dviem skritulio formos staltiesėmis, kurių skersmuo 1 m?
4. Išspręskite lygtį $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4) = 144$.
5. Raskite visus lygties $9x + 2 = y(y+1)$ sprendinius $(x; y)$ su sveikaisiais skaičiais x ir y .
6. Kiek kartų reikia pataikyti į šį taikinį norint surinkti lygiai 100 taškų?
Pataikius į centrą, įskaitoma 40 taškų, pataikius į pirmąjį žiedą – 39 taškai, į antrąjį – 24 taškai, toliau atitinkamai – 23, 17 ir 16 taškų.



7. Marytė pasiūlė Petriukui tokį žaidimą su sveikaisiais skaičiais nuo 1 iki 5. Marytė pasirenka skaičių ir pasako jį Petriukui. Petriukas prie šio skaičiaus prideda kurį nors, kad gautų pirminį skaičių ir pasako rezultatą Marytei. Ji vėl sukonstruoja pirminį skaičių (pridedama kurį nors skaičių nuo 1 iki 5) ir pasako jį Petriukui. Žaidimas tęsiasi kol tokiu būdu nebebus įmanoma sudaryti pirminio skaičiaus. Laimi tas, kieno pirminis skaičius buvo paskutinis. Kaip turi žaisti Marytė, kad laimėtų žaidimą?

Pastaba. **Pirminiais skaičiais** vadinami natūralieji skaičiai, kurie dalijasi tik iš savęs ir vieneto. Skaičius 1 nelaikomas pirminiu.

8. Tarkime, $m = \overline{xyz}$ ir $n = \overline{uvw}$ yra skirtingi triženkliai natūralieji skaičiai. Iš jų sudaryti du šešiaženkliai skaičiai: \overline{uvwxyz} ir \overline{xyzuvw} . Įrodykite, kad šių skaičių skirtumas nesidalija iš 1996.
9. Skaičiai m ir n yra tarpusavyje pirminiai (neturi bendrų daliklių, didesnių už vieneta), o trupmena $\frac{3n-m}{5n+2m}$ yra suprastinama. Raskite skaičių, iš kurio galima šią trupmeną suprastinti?
10. Ar skaičių aibėje $\{1, 2, 3, \dots, 14, 15\}$ galima rasti tokius du skaičius, kurių sandauga lygi visų likusiųjų skaičių sumai?