

Organizuoja
Vilniaus universitetas

Remia
UAB „AFFECTO LIETUVA“
LIETUVOS MATEMATIKŲ DRAUGIJA,
Leidykla TEV,
Leidykla TYTO ALBA,
NACIONALINIS EGZAMINŲ CENTRAS,
LIETUVOS JAUNŲJŲ MATEMATIKŲ MOKYKLA

XIII LIETUVOS 5–6 KLASIŲ MOKSLEIVIŲ MATEMATIKOS OLIMPIADA

Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos fakultetas, 2011 09 24

1. Ant arklio Dominyko vieną šeštadienio rytą nusileido tiršto liūdesėlio migla, kai atlėkusi jo draugė guvioji kielė Kamilė ėmė nesustodama tarškėti, kad ne kiekvienas oi visai ne kiekvienas Skirsnemunės vaikelis pajėgtų be klaidų ir be skaičiuoklio tiksliai suskaičiuoti, kiek tiksliai yra pirmosios skaičių šimtinės skaičių nuo
 $1, 2, 3, \dots, 98, 99, 100,$
kurių skaitmenų suma nesidalija be liekanos nei iš 2, nei iš 5.

Arklys Dominykas nė nepajuto, kaip jis pats labai susikaupęs ėmėsi ieškoti to uždavinio atsakymo. Dominykas niekada nedarydavo klaidų, nors skaičiuodavo labai pamažu.

Kai arklys Dominykas pabaigs skaičiavimus, jis sužinos teisingą atsakymą. Koks yra tas teisingas atsakymas? Kiek gi yra tokių pirmosios šimtinės skaičių nuo 1 iki 100, kurių skaitmenų suma nesidalija be liekanos nei iš 2, nei iš 5?

2. Kiekvieną kartą, kai arklys Dominykas būdavo paėdęs ir traukdavo, klasiko žodžiais tariant, “kažką sunkaus pavalkiot”, jis visada, nesvarbu į kurią pusę beeitų, prieidavo vešlią kvadrato formos pievą ir džiugiai sužvengdavo. Po to sužvengimo toji kvadrato pieva vienu mirksniu virsdavo tokia stačiakampio formos pieva, kurios viena kraštinė pasidarydavo trečdaliu ilgesnė už buvusią kvadrato kraštinę, o kita, atvirkščiai, visada lygiai 30-čia metrų sutrumpėdavo.

Rožinė arklio Dominyko svajonė buvo kada nors prieiti tokią kvadrato formos pievą, kuriai ištiesai užtverti nesvarbu, ar prieš nusižvengimą, ar jau po nusižvengimo užtektų lygiai tokio paties ilgio tvoros.

Ar tai įmanoma? Jei tai įmanoma, tai koks tada būtų tokio kvadrato kraštinės ilgis ir koks tada būtų tokios tvoros ilgis?

3. Asiliukas Dainius buvo senas, ištikimas ir labai atsidavęs arklio Dominyko draugas ir visada nešdavo Dominykui kažkokių nematytų uždavinių, kurių iš pradžių Dominykas visai nesiverždavo spręsti. Bet ėmęs spręsti Dominykas labai pykdavo, jeigu jam nepasisekdavo jų nors kiek pabaigti.
Šiandien atėjęs asiliukas Dainius išsitraukė iš kišenės 16 sulipusių raidžių ir skaičių porų

$a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3, b_4, c_1, c_2, c_3, c_4, d_1, d_2, d_3$ ir d_4

ir ėmė raginti Dominyką surašyti tas sulipusias poras po vieną į kiekvieną 4 x 4 lentelės langelį taip, kad ir kiekvienoje lentelės eilutėje, ir kiekviename tos lentelės stulpelyje po vieną kartą pasitaikytų ir visos 4 raidės

a, b, c ir d

ir visi keturi skaičiai

1, 2, 3 ir 4.

Dominykas nelabai tiki, kad tai gali pavykti, o asiliukas Dainius sako, kad tai turėtų pavykti jau vien dėlto, kad ta toji lentelė labai gražiai atrodytų – tik pagalvokite: jokioje eilutėje ir jokiame stulpelyje jokios raidės ir jokie skaičiai nesikartoja. Kuo baigsis šitie įrašinėjimai?

4. Kai Pempė Matilda būna gerai nusiteikusi, ji visada čiulba, kad yra arklio Dominyko teta, arba nežinia iš kur prasimano vis naujų kartais labai keistokų uždavinių. Tie Pempės Matildos uždaviniai paprastai yra pateikiami kaip kelių klausimų serija. Štai ir šiandien atlėkusi pempė jau nenori atstoti nuo Dominyko, stačiai neduoda jam ramybės vis klausinėdama:
 - a) Ar gali kokio nors natūrinio skaičiaus skaitmenų suma nesidalyti iš 6? Ar turėtumėte pempei pavyzdį?
 - b) Ar gali būti, kad 3 iš eilės einančių natūraliųjų skaičių skaitmenų suma nei viena nesidalija be liekanos iš 6? Ar ir dabar turėtumėte pempei pavyzdį?
 - c) Ar gali būti, kad 6 iš eilės einančių natūraliųjų skaičių skaitmenų suma nei viena nesidalija be liekanos iš 6? Negi rasite pempei jau trečią pavydį?
 - d) Ar pajėgtumėte teisingai išsiaiškinti, kiek apskritai daugiausiai yra iš eilės einančių natūraliųjų skaičių, kurių skaitmenų sumos nei viena nesidalija be liekanos iš 6?
5. Kairiajame apatiniame 5 x 5 lentos langelyje stovi šaškė. Arklys Dominykas ir Asiliukas Dainius pakaitomis perkėlinėja tą šaškę į kaimyninį pagal kraštinę langelį; pradeda visada Dominykas. Pralaimėjusiu Kielė Kamilė garsiai paskelbia tą, kuris perkelia šaškę į tokį laukelį, kuriame ta šaškė jau yra pabuvojusi. Ar gali kuris nors iš jų – arklys Dominykas arba Asiliukas Dainius – perkėlinėti šaškę taip, kad jis visada laimėtų, nors ir ką bedarytų kitas žaidėjas ir kaip jis tada turėtų perkėlinėti tą šaškę?

Š				