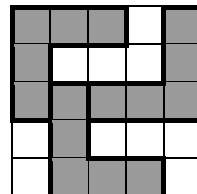


**ALYTAUS APSKRITIES JAUNŲJŲ MATEMATIKŲ  
DVYLIKTOJI KOMANDINĖ OLIMPIADA  
MOKYTOJO KAZIO KLIMAVIČIAUS TAUREI LAIMĖTI**

**Simnas, 2007 m. gruodžio mėn. 1 d.  
Uždavinių sprendimo trukmė – 2 val.**

**U Ž D A V I N I A I**

1. Iš  $5 \times 5$  kvadrato langelių galima sudaryti tris nesikertančias (neturinčias bendrų langelių), sudarytas iš penkių langelių figūras (žr. pav.).



- Ar galima iš to kvadrato langelių sudaryti keturias tokias nesikertančias figūras (figūrą leidžiama sukinėti)?
- Ar galima sudaryti penkias tokias figūras?

2. – Pasakyk, Jonai, kokia tavo gimimo data, – paprašė klasės draugas Petras.  
– Nagi, atspėk pats, – atsakė Jonas.  
– Tai kad čia labai daug galimybių...  
– Gerai, padėsiu! Padauginęs mano gimimo mėnesio numerį iš 31, o gimimo datos dieną iš 12, gautum du skaičius. Šių skaičių suma būtų 384.  
Raskite Jono gimimo datą (mėnesį ir dieną).

3. Natūralusis skaičius  $n$  turi du daliklius, o skaičius  $(n + 1)$  turi tris daliklius. Nustatykite, kiek daliklių turi natūralusis skaičius  $(n + 2)$ .

4. Iš dešimties skaitmenų  $0, 1, 2, \dots, 9$  sudarykite penkis dviženklus skaičius, kurių sandauga būtų didžiausia (kiekvieną skaitmenį galima panaudoti tik vieną kartą).

5. Iš eilės parašyti aštuoni natūralieji skaičiai. Pirmųjų penkių skaičių suma yra lygi paskutiniųjų trijų skaičių sumai. Raskite didžiausią skaičių (iš aštuonių).

6. Raskite visus realiuosius skaičius  $x$ , su kuriais galioja lygybė:

$$10^x + 11^x + 12^x = 13^x + 14^x.$$

7. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} x + y + z = 3, \\ 2xy - 2y - z^2 = 4. \end{cases}$$

8. Apskaičiuokite sumą

$$S = \frac{1}{2\sqrt{1} + 1 \cdot \sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{100\sqrt{99} + 99\sqrt{100}}.$$

9. Apskaičiuokite sumą

$$S = \cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 359^\circ.$$

10. Stačiakampio kraštinių ilgiai yra sveikieji skaičiai, o jų suma (stačiakampio perimetras) sutampa su skaičiumi, reiškiančiu šio stačiakampio plotą. Raskite stačiakampio kraštinių ilgius.