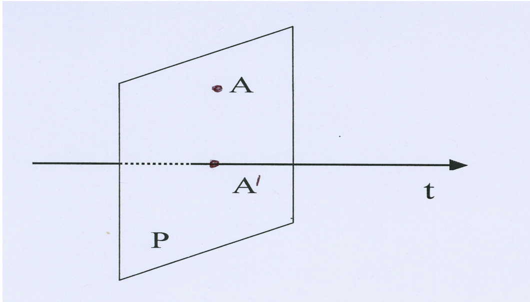
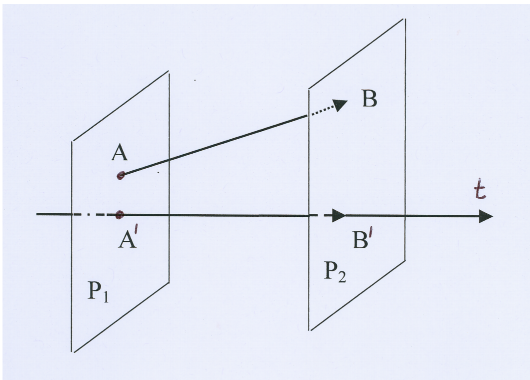
# 7. Vektorių projekcijos




**7.1. Apibrėžimas.** *Taško $A$ projekcija į nustatytos krypties tiesę $t$ vadiname plokštumos $P$, einančios per tą tašką ir statmenos tiesei $t$ susikirtimo tašką $A^{'}$.*

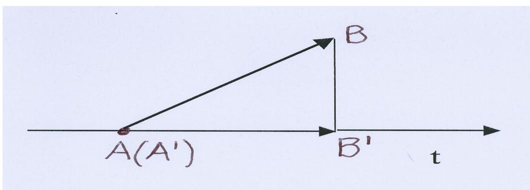



**7.2. Apibrėžimas.** *Vektoriaus $\overrightarrow{AB}$ projekcija į nustatytos krypties tiesę $t$ vadiname to vektoriaus pradžios ir galo taškų projekcijų tiesėje $t$ sudaryto vektoriaus $\overrightarrow{A^{'}B^{'}}$ ilgį, paimtą su pliuso ženklu, kai $\overrightarrow{A^{'}B^{'}}$ ir tiesės $t$ kryptys sutampa, ir su minuso ženklu, kai kryptys priešingos.*

P.S. Kai vektorius $\overrightarrow{AB}$ yra plokštumoje, statmenoje tiesei $t$, jo projekciją laikome lygia nuliui.

Vektoriaus $\overrightarrow{AB}$ projekcija tiesėje $t$ žymima $\mathrm{pr}_t\overrightarrow{AB}$.

Akivaizdu, kad lygių vektorių projekcijos toje pačioje tiesėje yra lygios. Todėl projektuojamojo vektoriaus $\overrightarrow{AB}$ pradžios tašką galima atidėti tiesėje $t$:



Pažymėję kampą, kurį sudaro vektorius $\overrightarrow{AB}$ su tiese $t$, raide $\varphi$, iš stačiojo trikampio $ABB^{'}$ kampo $\varphi$ kosinuso apibrėžimo gauname lygybę

$$\mathrm{pr_t}(\overrightarrow{AB}) = ||\overrightarrow{AB}|| \cdot \cos\varphi.$$

**7.3. Vektorių projekcijos savybės.**

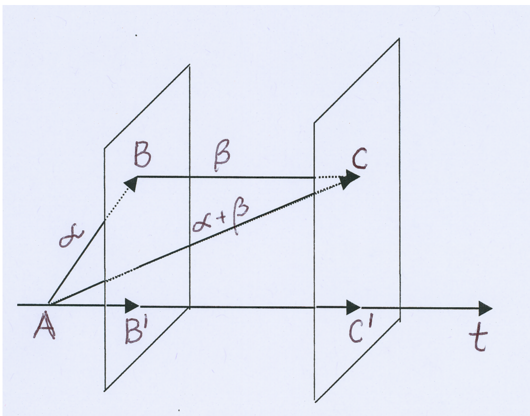
1) dviejų vektorių $\alpha$ ir $\beta$ sumos projekcija lygi tų vektorių projekcijų sumai:

$$\mathrm{pr_t}(\alpha + \beta) = \mathrm{pr_t}(\alpha) + \mathrm{pr_t}(\beta).$$

2) skaičiaus $a$ ir vektoriaus $\alpha$ sandaugos projekcija lygi to skaičiaus ir vektoriaus $\alpha$ projekcijos sandaugai:

$$\mathrm{pr_t}(a\alpha) = a\,\mathrm{pr_t}(\alpha).$$

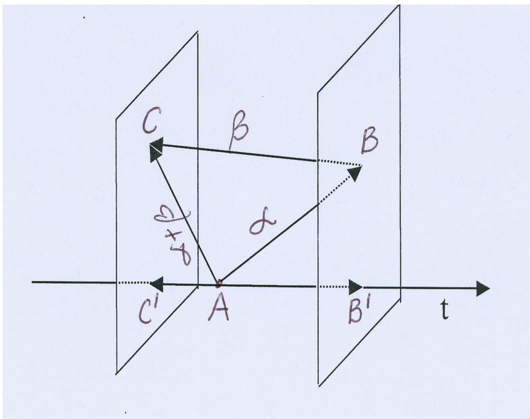
*Įrodymas.*




1) Iš tiesėje $t$ esančio taško $A$ atidedame vektorių $\alpha = \overrightarrow{AB}$ ir iš jo galo – vektorių $\beta = \overrightarrow{BC}$. Tuomet vektorių $\alpha$ ir $\beta$ suma $\alpha + \beta = \overrightarrow{AC}$. Per taškus $B$ ir $C$ nubrėžę plokštumas, statmenas tiesei $t$, tarkime, vektorių $\overrightarrow{AB'}$ ir $\overrightarrow{B'C'}$ kryptys sutampa su tiesės $t$ kryptimi. Tuomet

$$\mathrm{pr_t}(\alpha) = ||\overrightarrow{AB'}||, \ \mathrm{pr_t}(\beta) = ||\overrightarrow{B'C'}||,$$
$$\mathrm{pr_t}(\alpha + \beta) = ||\overrightarrow{AC'}|| = ||\overrightarrow{AB'}|| + ||\overrightarrow{B'C'}|| = \mathrm{pr_t}(\alpha) + \mathrm{pr_t}(\beta).$$

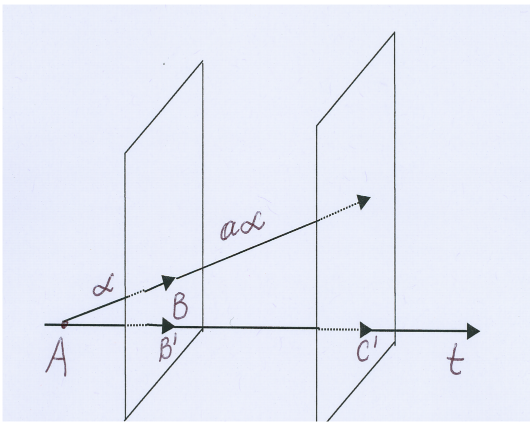
Nagrinėkime atvejį, kai vektorių $\overrightarrow{AB'}$ ir $\overrightarrow{B'C'}$ kryptys yra priešingos:




Tuomet reikalinga lygybė išplaukia iš šių lygybių:

$$\mathrm{pr_t}(\alpha) = ||\overrightarrow{AB'}||, \ \ \mathrm{pr_t}(\beta) = -||\overrightarrow{B'C'}||, \ \ \mathrm{pr_t}(\alpha+\beta) = -||\overrightarrow{AC'}||,$$
$$||\overrightarrow{AC'}|| = ||\overrightarrow{B'C'}|| - ||\overrightarrow{AB'}||. \ \ \triangle$$

2) Iš tiesėje $t$ esančio taško $A$ atidedame vektorius $\alpha$ ir $a\alpha$, laikydami, kad $\alpha$ kryptis sutampa su tiesės $t$ kryptimi ir $a > 0$:




Tuomet $\mathrm{pr_t}(\alpha) = ||\overrightarrow{AB'}||$, $\mathrm{pr_t}(a\alpha) = ||\overrightarrow{AC'}||$ ir teiginys išplaukia iš santykio

$$\frac{||\overrightarrow{AC'}||}{||\overrightarrow{AB'}||} = a.$$

Analogiškai nagrinėjame atvejį, kai $a < 0$. $\triangle$