7 tema. INVESTAVIMO PELNINGUMO VERTINIMAS

Temos tikslai:

- Vertinti pinigų srautų pelningumą, naudojant įvairius metodus.
- Modeliuoti matematines bei realaus turinio situacijas, kurios susiję su pinigų srautų valdymu bei analize.
- Vertinti finansinius srautus laiko sekoje, teikti lyginamuosius vertinimus, teikti alternatyvius siūlymus.

Tikrinami studijų rezultatai:

- Taikys pinigų srautų vertinimo metodus.
- Modeliuos matematinio bei realaus turinio situacijas, teiks alternatyvius siūlymus.
- Vertins investicinius projektus.

Studentų pasiekimų vertinimo kriterijai

- Tikslus sąvokų naudojimas.
- Tinkamas formulių naudojimas.
- Tikslūs tarpiniai ir galutiniai atsakymai.
- Tikslūs atsakymai į klausimus.

Pasikartokite sąvokas: Pinigų vertė, diskontavimas, diskonto daugiklis, pinigų srauto dabartinė ir būsimoji vertės, periodiniai mokėjimai, paprastojo ir kompleksinio anuiteto dabartinė ir būsimoji vertės.

Verslo aplinka yra neatsiejama nuo investavimo procesų, kurių esmę trumpai galime nusakyti tokiu būdu: turint verslo idėjų bei lėšų yra investuojama į investicinius projektus tam, kad ateityje būtų gaunama grąža, kuri nominalia verte yra didesnė negu investuoti pinigai. Kyla natūralus klausimas, kaip nustatyti ar paruoštas investicinis projektas bus sėkmingas ar ne? Šiame skyriuje nagrinėsime investicinių projektų pelningumo nustatymo bei vertinimo metodus.

7.1 Dabartinės vertės metodas

Investiciniai projektai susiję su pinigų srautais, kurie apima tiek pajamas tiek ir išlaidas (investicijas). Mes nagrinėsime šiuo srautus ir naudodami matematinius metodus vertinsime investavimo pelningumą. Nagrinėdami pinigų srautą, diskontuosime viso srauto lėšas į pasirinktą laiko momentą (pagrindinį terminą) ir šiame taške lyginsime pajamas su išlaidomis. Remdamiesi šiuo pajamų-išlaidų skirtumu ir teiksime išvadas apie investicinio projekto pelningumą. Taigi, pagrindiniai vertinimo metodai susiję su dabartinės vertės skaičiavimu bei verčių lyginimu pasirinktu laiko momentu. Nagrinėjant šią problemą labai svarbi pinigų vertės, dabarties laiko momentu, sąvoka.

Pavyzdys Kuriai iš pateiktų alternatyvų reikėtų teikti pirmenybę : $A-$ 6000 grąža po dviejų metų ar 10000 po penkių metų: alternatyva $B-$ 7000 grąža dabar ir 7000 po septynerių metų. Laikome, kad šio laikotarpio pinigų vertė yra 11%. Vertinsime šias alternatyvas pasirinkę pagrindinį terminą "dabar."

Nagrinėdami alternatyvą A gauname, kad 6000 vertė po dviejų metų perskaičiavus į dabarties momentą (diskontavus dviejų metų intervale) bus lygi $6000 \cdot 1.11^{-2} = 4870$.

Tuo tarpu 10000 nominali vertė po penkerių metų perskaičiavus į dabartinį laikotarpį turės vertę $10000 \cdot 1,11^{-5} = 5935$. Tada alternatyvos A vertė "dabar" yra lygi šių verčių sumai, kuri lygi 10805.

Nagrinėjame alternatyvą B. Dabartinė 7000 vertė yra 7000.

Tuo tarpu 7000 po septynerių metų dabartinė vertė yra $7000 \cdot 1,11^{-7} = 3372$. Tada bendra alternatyvos B bendra vertė yra 10372.

Alternatyvai A reikėtų teikti pirmenybę, nes jos dabartinė vertė didesnė negu B. Kita vertus nominaliąja prasme, alternatyva B didesnė negu A.

Pavyzdys Draudimo kompanija siūlo atlikti 50000 įmoką dabar (projektas A) arba dešimt metų kiekvienų metų pabaigoje mokėti pastoviai po 8000 (projektas B). Kurį projektą vertėtų pasirinkti klientui, jei palūkanų norma 12%, palūkanos perskaičiuojamos kas metus?

8000 dabartinė vertė sutampa su įprastinio anuiteto, kurio pastovios įmokos $R = 8000$, $n = 10, \quad i = 0,12$. Tada $A_n = 8000 a_{10\rceil 0.12} = 45202$. Matome, kad šiuo atveju klientas turėtų rinktis B alternatyvą.

Pavyzdys Panagrinėkime du investicinius projektus: **A**- investicija į verslą 5 metams su 8% palūkanų norma; **B**- investicija į akcijų rinką 3 metams su 9% palūkanų norma. Nustatykite kuris projektas ir prie kokių sąlygų yra pelningesnis?

Matome, kad investavimo terminai yra skirtingi. Tad mums reikia nustatyti palūkanų normą, kuriai esant trejų metų projekto B investicija būtų ekvivalenti projekto **B** investicijai. Turėdami tai mintyse skaičiuojame:

$$(1+0,09)^3(1+r)^2 = (1+0,08)^5; \quad r = \sqrt{\frac{1,08^5}{1,09^3}} - 1 \approx 0,065.$$

Matome, kad jei palūkanų norma, po trejų metų, bus didesnė negu $6,5\%$, tai geriau rinktis projektą **B.**

Pastaba Tuo atveju, kai analizuojant projektus yra svarbi ir ateities pinigų vertė, juos vertinant gali būti pasitelkiami ir pinigų vertės prognozavimo metodai.

Formalizuokime aukščiau aptartą situaciją. Tarkime, kad su laiko seka t_k yra susieta mokėjimų seka C_{t_k}, atitinkamai $k = 1, 2, \dots n$. Čia t_1 yra pirmasis mokėjimo terminas (laiko momentas), t_n- paskutinysis mokėjimo terminas. Mokėjimai C_{t_i} gali būti išlaidos arba pajamos nurodytu laiko terminu. Tuo atveju, kai laiko momentai nėra fiksuoti, o mokėjimai gali būti atlikti bet kokiu laiko momentu, tai žymint pinigų srautą patogu naudoti tolydų parametrą žymint srauto elementą simboliu C_t.

Jei suma C_t yra investuojama, tai sakysime, kad investuotojas turi išlaidas arba atlieka atidėjimus. Šiuo atveju srauto elementą žymėsime C_t^-. Jei gauna pajamas, tai srauto elementą žymėsime C_t^+. Jei tuo pačiu laiko momentu yra investuojama ir gaunamos pajamos, patogu naudoti žymenį

$$C_t = C_t^+ - C_t^-.$$

Paskutinysis dydis paprastai vadinamas **g**rynuoju pinigų srauto dydžiu laiko momentu t. Apibrėždami pinigų srautą mes apibrėžiame tris dydžius- t.y. pajamas ir atidėjimus, kurie laikomi teigiamais ir grynąjį srautą, kuris gali būti ir teigiamas ir neigiamas.

Pastaba Laiko intervalai tarp gretimų srauto elementų nebūtinai turi būti lygūs. Dar daugiau, taip apibrėžtą pinigų srautą galime laikyti tolydžia, laiko atžvilgiu, funkcija, o grynąjį srautą žymėti simboliu $C_t = C(t), \ t \in [0, T]$.

Nagrinėjant pinigų srautus tarsime, kad jei laikas diskretus tai:

1. Visos įplaukos atliekamos laikotarpio pabaigoje.
2. Visi atidėjimai (investicijos) atliekamos laikotarpio pradžioje.

Pastaba Tada, kai laikas tolydus, nėra prasmės kalbėti apie laikotarpio pradžią ir pabaigą. Šio atveju bus kalbama apie laiko momentą.

Nagrinėjant investicinius projektus, gana patogu aprašant pinigų srautus naudoti kenteles, kurios pavyzdį pateikiame žemiau.

Pavyzdys Tarkime, kad 5 metų investicinio projekto pradinė investicija yra 100000. Planuojama, kad ateityje keturis metus paeiliui tenks investuoti ir šios investicijos kiekvienais metais mažės po 10000.

Pajamos iš šio projekto pradedamos gauti nuo trečiųjų metų. Pirmoji numatoma įplauka turi būti 100000 ir kiekvienais sekančiais metais didėja po 50000. Sudarykite pinigų srautų lentelę.

$Nr-$ metų numeris;

C^- išlaidos;

C^+ pajamos;

$C-$ grynasis pinigų srauto dydis.

Nr	C^-	C^+	C
0	100000	0	-10000
1	90000	0	-90000
2	80000	0	-80000
3	70000	100000	30000
4	60000	150000	90000
5	0	200000	200000
$\sum$	400000	450000	50000

Apibrėžimas *Pinigų srauto buhalterine verte* vadinsime visų srauto pajamų ir visų išlaidų skirtumą.

Kitaip tariant, buhalterine srauto verte laikome grynojo srauto elementų sumą. Ji nurodoma srauto lentelės apatiniame dešiniąjame kampe. Aukščiau pateikto srauto (lentelėje) buhalterinė vertė yra 50000.

Sakysime, kad investiciniams projektams lyginti taikomas *buhalterinės vertės* metodas, jei investiciniai projektai yra lyginami remiantis buhalterine verte. Tarkime, kad pirmojo projekto buhalterinė vertė yra B_1, o antrojo B_2. Tada remiantis buhalterinės vertės metodu, pirmąjam projektui teiksime pirmenybę, jei $B_1 \geq B_2$.

Buhalterinės vertės metodas parodo investicinio projekto pajamų-išlaidų balansą, tačiau taikant šį metodą nėra atsižvelgiama į pinigų vertę. Aptarsime kitą metodą, kuris pašalina šį trūkumą.

Apibrėžimas *Pajamų srauto dabartine verte, kurią žymėsime PV_{in}*, vadinsime visų pajamų dabartinių verčių sumą, pagrindinio termino taške. *Išlaidų srauto dabartine verte*, kurią žymėsime PV_{out}, vadinsime visų išlaidų dabartinių verčių sumą, pagrindinio termino taške.

Pagrindinio termino taškas paprastai yra pirmojo mokėjimo laiko momentas (bet nebūtinai).

Formalizuokime šį apibrėžimą. Tarkime, kad investicinis laikotarpis yra T ir $0 \leq t \leq T$. Tada

$$PV_{in}(T) = \sum_{t \in [0,T]} \frac{C_t^+}{(1+r_t)^t}, \quad PV_{out}(t) = \sum_{t \in [0,T]} \frac{C_t^-}{(1+r_t)^t}.$$

Pastaba Atkreipiame dėmesį į tai, kad PV_{in} ir PV_{out} yra diskontuotų pajamų ir išlaidų sumos, atitinkamai. Aukščiau užrašyta bendra formulė, kai palūkanų norma r_t gali priklausyti nuo laiko, t.y. gali būti diskontuojama su srauto elemento momento t palūkanų norma. Jei atskirai nebus pabrėžta, mes nagrinėsime situacijas, kai $r_t = r$, t.y. diskontuosime su dabarties (pagrindinio termino) palūkanų norma. Kitaip tariant, diskontavimo procesas atliekamas su palūkanų norma, kuri buvo investicinio projekto sudarymo momentu (dabar). Jei t yra bet koks laiko momentas (laiko intervalas nuo investicinio projekto pradžios iki momento t), tai diskontuojant taikomas tikslusis metodas, sudėtinių palūkanų atveju. Pal8kan7 normos priklausomybę nuo laiko t galime 5vesti tada, kai modeliuojame 5vairias situacijas arba norime ivertinti dabartinę srauto vertę prognozuojamoms palūkanoms.

Tada, kai pajamų (atidėjimų) intervalai yra pastovūs, jų bendras skaičius yra n ir šiuose intervaluose faktinė palūkanų norma yra i, tai šiuo atveju dabartinės vertės (fiksuotam n) yra r funkcija, t.y.

$$PV_{in}(r,T)=\sum_{j=1}^{n}\frac{C_j^+}{(1+r)^j},\quad PV_{out}(r,T)=\sum_{j=1}^{n}\frac{C_j^-}{(1+r)^j}.$$

Pastaba Funkcijos $PV(r,T)_{out}$ ir $PV(r,T)_{in}$ visada neneigiamos.

Pavyzdys Nustatykite pajamų srauto, kai pajamos pastovios ir sudaro po 1000 kas metus, dabartinę vertę jei mokėjimai atliekami penkerius metus, metų pabaigoje, kai:

a) palūkanų norma $0,1$;

b) palūkanų norma $0,2$.

Turime, kad

$$PV_{in}(r)=1000a_{5\rceil r}.$$

Tada

$$PV_{in}(0.1)=1000\frac{1-(1,1)^{-5}}{0,1}=3790,79;$$

ir

$$PV_{in}(0,2)=1000\frac{1-(1,2)^{-5}}{0,2}=2290,61.$$

Matome, kad

$$PV_{in}(0,1)>PV_{in}(0,2).$$

Taigi, funkcija yra mažėjanti.

Pastaba Toliau šiame skyrelyje diskonto palūkanų normą žymėsime raide r.

Apibrėžimas *Pinigų srauto grynąja dabartine verte, kurią žymėsime* $NPV(r)$, vadinsime visų grynųjų pajamų dabartinių verčių sumą, pagrindinio termino taške, kuriame faktinė palūkanų norma yra r.

Pažymėkime grynojo pinigų srauto t laiko momento elementą

$$C_t(r)=C_t^+(r)-C_t^-(r),\quad t\in[0,T].$$

Tada grynoji dabartinė vertė yra skaičiuojama tokiu būdu:

$$NPV(r)=\sum_{t\in[0,T]}\frac{C_t}{(1+r)^t}=PV_{in}(r)-PV_{out}(r).$$

Tarkime, kad P yra pradinė investicija. Literatūroje dažnai naudojama aukščiau užrašytos formulės kita versija:

$$NPV(r)=\sum_{t\in(0,T]}\frac{C_t}{(1+r)^t}-P.$$

7.2 Investicinio projekto pelningumo vertinimas

Tarkime, kad nagrinėjame investicinį projektą. Sakysime, kad projektas yra pelningas remiantis grynosios dabartinės vertės metodu, jei $NPV\geq 0$.

Kitu atveju, t.y. jei $NVP<0$, tai investicinis projektas yra nuostolingas ir jis neturėtų būti plėtojamas (remiantis grynosios dabartinės vertės metodu).

Grynoji dabartinė vertė, kai laikome, kad investavimo laikotarpis fiksuotas, yra kintamojo r (palūkanų normos) funkcija ($NPV:=NPV(r)$) .

Aišku, kad jei

$PV_{in}>PV_{out}$, tai $NPV>0$;

jei $PV_{in}=PV_{out}$, tai NPV=0;

jei $PV_{in}<PV_{out}$, tai $NPV<0$.

7.3 Grynosios dabartinės vertės metodas

Lyginant investicinius projektus pritariama tiems projektams, kurių grynoji dabartinė vertė yra neneigiama. Kitu atveju projektą atmetame.

Jei turime galimybę rinktis tarp projektų, tai renkamės tą, kurio grynoji dabartinė vertė yra didesnė.

Palūkanų norma r, naudojama $NPV(r)$ formulėje, yra vadinama investicinio projekto grąžos norma (rate of return).

Pažymėkime $T-$ laiko momentą, skaičiuojant nuo dabar (pagrindinio termino), $C_t,\ t \in [0,T]$, mokėjimas laiko momentu t; r_t- palūkanų norma laiko momentu t.

Tarkime duota investicinių projektų aibė: $IP_1, \ldots, IP_n$. Sakykime, kad šių investicinių projektų grynosios dabartinės vertės yra $NPV_1(r), \ldots, NPV_n(r)$, atitinkamai. Tada investicinis projektas IP_k yra tinkamiausias investuoti, jei

$$NPV_k(r) = \max_{j\in\{1,\ldots,n\}} NPV_j(r).$$

Tinkamiausiu yra laikomas tas investicinis projektas, kurio grynoji dabartinė vertė, esant tai pačiai grąžos palūkanų normai, yra didžiausia. Šis metodas vadinamas *grynosios dabartinės vertės metodu.*

Matome, kad pinigų srauto dabartinė vertė yra funkcija priklausanti nuo laiko t, be to bendru atveju palūkanų norma taip pat gali būti laiko funkcija. Tad skaičiuojant dabartinę investicinio projekto vertę tenka atkreipti dėmesį į tai, kad kiekvienas srautas gali būti diskontuojamas ne tik skirtingu laiku, bet ir su skirtinga diskonto palūkanų norma, kurią žymime simboliu $r_t = f(t)$. Pastebėsime, kad mes nagrinėsime atvejį, kai grąžos norma $f(t) = r$ yra pastovi. Kitu atveju grąžos norma yra laiko funkcija, tad skaičiuojant investicinio projekto grynąją vertę tektų palūkanų normą modeliuoti funkcija arba susitarti kokia funkcine priklausomybe siejant su laiku yra investiciniame projekte naudojama grąžos norma.

Pavyzdys Tarkime, kad jūs galite investuoti 20000 į verslą, kuris jums garantuos tokią grąžą metų pabaigoje:

Metai	C
0	-20000
2	10000
3	8000
5	6000

Tarkime kad palūkanų norma yra 7 procentai, palūkanos perskaičiuojamos kas metus. Raskite įplaukų dabartinę vertę.

Atėmę pradinę investiciją iš įplaukų dabartinių verčių sumos gauname:

$$NPV(0.02) = 10000(1.02)^{-2} + 8000(1.07)^{-3} + 6000(1.07)^{-5} - 20000$$
$$\approx 8734.39 + 6530.384 + 4277.916 - 2000 = -457.31.$$

Matome, kad $NVP < 0$. Darome išvadą, kad verslas nėra pelningas (remiantis šiuo metodu.)

Pavyzdys Tarkime, kad investicinis projektas apibrėžtas pateiktoje lentelėje, žemiau.

Metai	C^-	C^+	C
0	100000	0	-10000
1	90000	0	-90000
2	80000	0	-80000
3	70000	100000	30000
4	60000	150000	90000
5	0	200000	200000
totals	400000	450000	50000

Skaičiuojame grynąsias dabartines vertes skirtingoms grąžos normoms.
Turime, kad

$$NPV(0,04) = -100000 - \frac{90000}{1,04} - \frac{80000}{1,04^2} + \frac{30000}{1,04^3} +$$
$$\frac{90000}{1,04^4} + \frac{200000}{1,04^5} \approx 7484,$$

ir

$$NPV(0,06) = -100000 - \frac{90000}{1,06} - \frac{80000}{1,06^2} + \frac{30000}{1,06^3} +$$
$$\frac{90000}{1,06^4} + \frac{200000}{1,06^5} \approx -10176.$$

Pastebėsime, kad funkcija $NPV(r)$ yra tolydi kintamojo $r > 0$ atžvilgiu. Todėl egzistuoja grąžos norma $r \in (0,04, 0,06)$ tokia, kad $NPV(r) = 0$.

Pratybų uždaviniai

1. Nustatykite, kuriam pasiūlymui reikia teikti prioritetą: Pasirinkus pasiūlymą A tektų pradžioje investuoti 500000, ir po to kas tris mėnesius gauti po 50000 lygiai devynerius metus. Pasirinkus pasiūlymą B teks investuoti po 70000 aštuonerius metus, kas metus, ir be to kas metus bus gaunamos pajamos po 210000, devynerius metus. Pasirinkus pasiūlymą C teks investuoti po 110000 kas metus, devynerius metus paeiliui ir be to kas mėnesį bus gaunamos 13000 pajamos. Nustatykite kurią alternatyvą reikėtų pasirinkti naudojant dabartinės vertės metodą, jei žinoma, kad grąžos norma bus 12%, o palūkanos perskaičiuojamos kas ketvirtį?

2. Keičiant senus įrenginius naujais reiktų dabar investuoti 5000000 ir po 100000 kas metus skirti jų aptarnavimui. Tačiau pakeitus įrenginiu naujais kas mėnesį būtų sutaupoma po 120000, dešimt metų. Nustatykite ar verta keisti įrenginius, jei palūkanų norma 12%, o palūkanos perskaičiuojamos kas metus?

3. Akcinė bendrovė dalyvaudama 8 metų investiciniame projekte pirmaisiais metais investavo 450000 ir po to kas metus, dar penkerius metus investuodavo po 100000. Raskite šio projekto dabartinę grynąją vertę jei žinoma, kad pradedant trečiųjų metų pabaiga pajamos sudarys 400000 ir po to kas metus didės po 10%. Laikotarpio pinigų vertė yra 10% .

4. Statybinė firma statydama biurų patalpas pirmaisiais metais investavo 600000 ir atnaujindama šiuos biurus po šešerių metų turės investuoti dar 400000. Tikimasi šias patalpas nuomoti dvylika metų ir manoma, kad po dvylikos metų šios patalpos bus vertos 1000000. Metinės pajamos iš šių patalpų sudaro 160000. Raskite šio investicinio projekto grynąją dabartinę vertę, dvylikos metų laikotarpyje, jei alternatyviai investuoti galima su 12% palūkanų norma.

7.4 Vidinės grąžos normos metodas

Apibrėžimas Palūkanų normą r_0 vadinsime *vidine grąžos norma* arba (pelningumo norma), trumpai $IRR = r_0$, jei teisinga lygybė:

$$NPV(r_0) = \sum_{t=0}^{n} \frac{C_t}{(1+r_0)^t} = 0.$$

Kitaip tariant IRR yra tokia palūkanų norma, kuriai esant dabartinė atidėjimų vertė yra lygi dabartinei įplaukų vertei.

Vidinė grąžos norma- tai ribine palūkanų norma, kuria remiantis yra nustatomas projekto pelningumas.

Projektas laikomas pelningu, jei šio projekto grąžos norma r yra didesnė arba lygi vidinei grąžos normai $r \geq r_0$. Kitu atveju yra laikoma, kad projektas yra nuostolingas.

Tarkime, kad nagrinėjame du projektus. Sakykime, kad vieno projekto vidinė grąžos norma yra r_1, o kito r_2, atitinkamai. Sakysime, kad pirmasis projektas pelningesnis už antrąjį, jei $r_1 > r_2$.

Apibrėžimas Investicinių projektų pelningumo vertinimo metodas, kuris remiasi IRR dydžiu yra vadinamas vidinės grąžos normos metodu.

Ieškant vidinės grąžos normos tenka spręsti n-ojo laipsnio lygtį. Pastaroji lygtis gali turėti ne daugiau negu n sprendinių. Mus dominantis klausimas- kad ši lygtis turi vienintelį sprendinį?

Panagrinėkime lygtį:

$$NPV(r) = \sum_{t=0}^{n} \frac{C_t}{(1+r)^t} = 0.$$

Padauginę abi lygybės puses iš daugiklio $(1+r)^n$ gauname tokią lygybę:

$$C_0(1+r)^n + C_1(1+r)^{n-1} + C_{n-1}(1+r) + C_n = 0$$

Kyla klausimas: kada šis polinomas turi vienintelį sprendinį?

Atsakymas: Tarkime, kad duotas pinigų srautas. Tada šiam srautui egzistuoja vienintelė IRR, jei egzistuoja natūralus skaičius $m \in (0, n)$ toks, kad $C_i < 0, \ \ i = 0, 1, \ldots, m$ ir $C_i > 0, \ \ i = m+1, \ldots, n.$

Kitu atveju sprendinių gali būti daugiau.

Kalbant kitais žodžiais, sprendinys bus vienintelis, jei pradžioje investuojama daugiau negu gaunama pajamų, o po tam tikro laiko momento situacija pasikeičia, t.y pajamos tampa didesnės negu investicijos.

Pavyzdys Nustatykite palūkanų normą r, su kuria 1000 investicija dabar ir 1520 investicija po dviejų metų, duotų 2500 pajamas po vienerių metų. Šis projektas gali būti formalizuotas srautu:

$$-1000, 2500, -1520.$$

Turime, kad

$$1000 + \frac{1520}{(1+r)^2} = \frac{2500}{(1+r)}.$$

Tada

$$r^2 - 0.5r = 0.02 = 0.$$

Išsprendę šią lygtį gauname:

$$r_1 \approx 0,456, \ \ r_2 \approx 0,044.$$

Pastaba Tuo atveju, kai grąžos norma ne vienintelė, iškyla investicinių projektų lyginimo problema. Kitaip tariant, viename grąžos normų kitimo intervale gali būti labiau tinkamas vienas projektas, o kitame intervale kitas. T.y. negalime vienareikšmiškai palyginti investicinių projektų.

7.5 IRR nustatymo metodai

Ką reikėtų žinoti:
1. Jei grynoji dabartinė vertė yra teigiama, tai grąžos norma yra didesnė negu IRR, t.y. r_0; $(NPV(r) > 0, \quad \text{tada} \quad r > r_0.)$
2. Jei grynoji dabartinė vertė yra neigiama, tai grąžos norma yra mažesnė negu IRR; $(NPV(r) < 0, \quad \text{tada} \quad r < r_0.)$
3. Jei grynoji dabartinė vertė yra lygi nuliui, tai grąžos norma yra lygi IRR, t.y. r_0. $(NPV(r) = 0, \quad \text{tada} \quad r = r_0;)$

a) Vidurkio metodas

Darome prielaidą, kad funkcija $y = NPV(r)$ tenkina sąlygas, kurios užtikrina, kad egzistuoja vienintelis lygties $NPV(r) = 0$ sprendinys. Aukščiau esame minėję, kad $NPN(r)$, $r > 0$ yra tolydi kintamojo r funkcija.

Pateiksime "naivų" šio sprendinio radimo algoritmą.

Tam, kad nustatyti IRR mes pasirenkame grąžos normą q_1 ir skaičiuojame $NPV(q_1)$. Galimos tokios reikšmės: $NPV(q_1) \geq 0$ arba $NPV(q_1) < 0$.

Tarkime, kad $NPV(q_1) > 0$. Kadangi sprendinys egzistuoja, tada nustatome grąžos normą q_2, su kuria $NPV(q_2) < 0$. Tai atlikti paprastai būna nesunku, jei egzistuoja vienintelis sprendinys, nes šiuo atveju nagrinėjama funkcija yra arba didėjanti arba mažėjanti. Mūsu nagrinėjamu atveju tarkime, kad $q_1 < q_2$.

Kadangi funkcija $NPV(r)$ yra apibrėžta ir tolydi, visoms $r \geq 0$ reikšmėms, tai egzistuoja skaičius $r_0 \in (q_1, q_2)$ toks, kad $NPV(r_0) = 0$.

Pasirenkame reikšmę $q_3 = \frac{q_1+q_2}{2}$ ir skaičiuojame funkcijos reikšmę šiame taške. Tarkime, kad $NPV(q_3) < 0$. Remiantis tais pačiais argumentais kaip ir aukščiau galime teigti, kad $r_0 \in (q_1, q_3)$. T.y. r_0 paieškos sritį susiaurinome per pusę. Analogišku būdu renkame sekančią reikšmę

$$q_4 = \frac{q_1 + q_3}{2}$$

ir skaičiuojame funkcijos reikšmę šiame taške, tarkime $NPV(q_4) > 0$. Taigi $r_0 \in (q_4, q_3)$. Šiame iteraciniame žingsnyje dar per pusę susiaurinome paieškos intervalą. Parenkame tašką

$$q_5 = \frac{q_4 + q_3}{2}$$

ir šiame taške skaičiuojame funkcijos reikšmę ir t.t. Kiekviename žingsnyje paieškos intervalas siaurėja per pusę ir taip pamažu artėjame prie ieškomosios $IRR = r_0$ reikšmės. Tęsdami šį algoritmą mes gauname seką $\{q_n, n \in \mathcal{N}\}$, kurios riba lygi r_0.

Pavyzdys Dalyvaujant investiciniame projekte buvo investuota 25000. Prognozuojama, kad septynerius metus paeiliui (metų pabaigoje) bus gaunamos 7000 įplaukos. Raskite projekto IRR.

Įplaukos sudaro įprastinį anuitetą. Tada turime, kad

$$PV_{in} = 7000 \cdot a_{\overline{7}|i}.$$

Atidėjimai yra lygūs

$$PV_{out} = 25000.$$

Tada

$$NPV(r) = 7000a_{\overline{7}|r} - 25000 =$$

$$7000\frac{(1+r)^7-1}{r(1+r)^7}-25000.$$

Atlikdami nesudėtingą šios funkcijos analizę galime pastebėti, kad "didelėms" r reikmėms ši funkcija įgyja neigiamas reikšmes, o reikšmėms artimoms nuliui įgyja teigiamas reikšmes. Paskaičiuokime šios funkcijos reikšmę taške $q_1 = 0.12$. Turime, kad $NPV(0.12) \approx 6946.3$. Siekdami gauti neigiamą reikšmę imame didesnę normą. Tarkime, kad $q_2 = 0.24$. Suskaičiavę gauname, kad $NPV(0.24) \approx -2304$.

Remdamiesi vidurinio taško metodu parenkame, $q_3 = 0,18$. Suskaičiavę turime $NPV(0,18) \approx 1680$. Iš pastarųjų sąryšių išplaukia, kad

$$r_0 \in (0,18, 0,24).$$

Imdami sekantį narį $q_4 = 0.21$ gauname, kad

$$NPV(0,21) \approx -444.$$

Kartodami algoritminius žingsnius gauname tokią seką:

$$q_5 = \frac{0,21+0,18}{2} = 0,195$$

ir

$$NPV(0,195) \approx 581.$$

Jei

$$q_6 = \frac{0,21+0,195}{2} = 0,2025,$$

tai suskaičiavę gauname, kad

$$NPV(0,2025) \approx 60.$$

Matome, kad nagrinėjamo projekto IRR, yra $r_0 = 0,2...$

Šis metodas labai paprastas, bet jį realizuojant tenka atlikti daug skaičiavimų. Panagrinėsime kitą IRR nustatymo metodą, kuris skaičiavimo prasme daug efektyvesnis.

b) Niutono metodas

Taikant šį metodą yra sudaroma seka, kurios riba yra IRR.

Trumpai aptarkime sąlygas, kurias turėtų tenkinti funkcija, kad galėtume taikyti Niutono metodą. Tarkime, kad tolydi funkcija $y = f(x)$, intervale (a,b) tenkina sąryšį $\mathrm{sgn} f(a) \neq \mathrm{sgn} f(b)$ ir be to šiame intervale funkcija griežtai monotoniška $x \in (a,b)$. Tada egzistuoja $r_0 \in (a,b)$ toks, kad $f(r_0) = 0$. Sudarykime seką

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}.$$

Tada ši seka konverguoja į r_0. Pastebėsime, kad x_0 yra pasirenkamas laisvai, tačiau jis neturėtų būti "per toli" nuo galimos IRR reikšmės.

Aukščiau pateiktą pavyzdį išnagrinėkime kitu būdu. Sudarykime seką remdamiesi Niutono metodu, kuri konverguotų į IRR. Skaitytojui siūlome įsitikinti, kad funkcija $y = NPV(r)$ tenkina aukščiau išvardintas sąlygas.

Turime, kad

$$r_n = r_{n-1} - \frac{NPV(r_{n-1})}{NPV'(r_{n-1})}.$$

Tada

$$NPV(r) = 7000\frac{(1+r)^7-1}{r(1+r)^7} - 25000$$

$$NPV'(r) = 7000\frac{1 + r \cdot 8 - (1 + r)^8}{r^2(1 + r)^8}.$$

Pasirinkę $r_0 = 0,15$ gauname, kad

$$r_1 = 0,197, \quad r_2 = 0.2038.$$

Tad jau antrasis sekos narys yra pakankamai artimas IRR.

Taikant Niutono metodą, vertinant investicinius projektus, tenka skaičiuoti $NPV(r)$ išvestines. Funkcija $NPV(r)$ dažnai yra apibrėžiama anuiteto daugikliu $a_{n\rceil i}$. Žemiau pateikiame šios funkcijos išvestinę, kurią tenka naudoti skaičiavimuose.

$$\frac{\mathrm{d}a_{n\rceil r}}{\mathrm{d}r} = \Big(\frac{(1 + r)^n - 1}{r(1 + r)^n}\Big)' = \frac{1 + (n + 1)r - (1 + r)^{n+1}}{r^2(1 + r)^{n+1}}.$$

Vertinant pinigų srauto pelningumą dažnai yra naudojamas *pelningumo indeksas* PI, kuris apibrėžiamas tokiu būdu:

$$PI = \frac{PV_{in}}{PV_{out}}.$$

Aišku, kad
jei $PI > 1$, tai $r_0 > i$;
jei $PI < 1$, tai $r_0 < i$;
jei $PI = 1$, tai $r_0 = i$.
Iš paskutiniųjų sąryšių išplaukia, kad grąžos norma sutampa su diskonto palūkanų norma, kai pelningumo indeksas lygus $PI = 1$.

Nesunku suprasti, kad pelningumo indeksas parodo, keliais procentais skiriasi investicinio projekto pajamų dabartinė vertė nuo išlaidų dabartinės vertės. Pavyzdžiui, jei pelningumo indeksas $PI = 1,15$, tai šio investicinio projekto pajamų dabartinė vertė yra 15% procentų didesnės už patirtų išlaidų dabartinę vertę, o jei $PI = 0,78$, tai šio investicinio projekto pajamų dabartinė vertė yra 22% procentais mažesnės negu išlaidų dabartinė vertė. Šis santykinis matas gana dažnai naudojamas ekonominėje terminologijoje, kadangi grynoji dabartinė vertė parodo investicinio projekto skirtuminę vertę (nurodo kiek absoliučiai skiriasi vertės) pagrindinio termino taške. Santykinio mato privalumas- šis dydis nepriklauso nuo dydžių absoliučių verčių ir įgalina palyginti skirtingus investicinius projektus, pelningumo prasme, kai investuojamos sumos labai skiriasi.

7.6 Modifikuota vidinė pelno norma

Šiame skyrelyje nagrinėsime projekto grąžos normos skaičiavimo metodą, charakterizuojantį investicinio projekto pajamingumą, kuriame yra itraukiamos ne tik investicijos ir pajamos, bet papildomai yra laikoma, kad gautos pajamos yra iš karto reinvestuojamos likusiame investicinio projekto laikotarpyje.

Apibrėžimas Modifikuota vidine pelno norma vadinsime palūkanų normą p, kuria remiantis investicinio projekto visų išlaidų dabartinė vertė (skaičiuota su investicinio projekto vidine grąžos norma r_0) yra lygi reinvestuotų pajamų sumos, iki laikotarpio pabaigos (investuotų su vidine pelno norma r_0, dabartinei vertei, kuri diskontuojama su norma p.

Tarkime, kad projekto vidinė grąžos norma yra r_0, o alternatyvaus pajamų investavimo norma yra i laikotarpyje T. Pažymėkime

$$A(T) = \sum_t \frac{C_t^-}{(1 + r_0)^t}$$

išlaidų dabartinę vertę, ir

$$S(T) = \sum_t C_t^+(1 + r_0)^{T-t}.$$

Tada MIRR (modifikuota vidinė grąžos norma) yra skaičiuojama tokiu būdu:

$$A(T) = S(T)(1+p)^{-T}$$

arba

$$p = \sqrt[T]{\frac{S(T)}{A(T)}} - 1.$$

Čia $r_0 p$ yra metinės palūkanų normos, o laikas skaičiuojamas metų baze.

Jei visos išlaidos yra diskontuojamos, o gautos pajamos kaupiamos su faktine tuo metu esančia rinkos norma $r = r(t)$, tai gautą pelno norma vadinsime *faktine modifikuota pelno norma.* Tad šiuo atveju

$$A(T) = \sum_t \frac{C_t^-}{(1+r(t))^t}$$

išlaidų dabartinę vertę, ir

$$S(T) = \sum_t C_t^+ (1+r(t))^{T-t}.$$

Tada faktinė modifikuota pelno norma yra skaičiuojama tokiu būdu:

$$A(T) = S(T)(1+p)^{-T}$$

arba

$$p = \sqrt[T]{\frac{S(T)}{A(T)}} - 1.$$

Tarkime, kad turime du investicinius projektus $IP_1,\ IP_2$. Tegu p_1 ir p_2 yra šių projektų MIRR atitinkamai. Sakysime, kad investicinis projektas IP_1 turi pranašumą prieš projektą IP_2, *remiantis modifikuotu vidinės grąžos normos metodu*, jei $p_1 > p_2$.

Šis metodas (kai skaičiuojama faktinė pelno norma) tampa įdomiu tada, kai yra modeliuojama rinkos situacija, kai ieškoma tinkamiausių investicinių projektų atsižvelgiant į tai, kaip kinta palūkanų norma rinkoje.

7.7 Sąskaitos grąžos normos skaičiavimas

Šioje dalyje aptarsime metodą, kurį taikant bus nustatoma sąskaitos grąžos norma metų laikotarpyje, kai šiame laikotarpyje sąskaitos balansas kinta, be to suprantama, kad ir sąskaitos balansui gali būti taikomos įvairios palūkanų normos. Tai susiję su tuo, kad įmonės darydamos metinius balansus analizuoja finansinius srautus tuo pačiu vertindami, kaip per balansinius metus sąskaitoje essantys pinigai generuojama palūkanas.

Tegu $t-$ laiko momentas, pradedant nuo dabar (nulinis laiko momentas). Periodas- vieneri metai. $A-$ sąskaitos balansas periodo pradžioje; $B-$ sąskaitos balansas periodo pabaigoje; C_t- grynųjų pinigų srautas, $0 \le t \le 1$, jis tiek teigiamas tiek neigiamas, ir r_t- palūkanų norma momentu t.

Tegu $I-$ periodo (vienerių metų) palūkanos. Šiuo atveju srautas laikomas neigiamu, jei iš sąskaitos yra paimama pinigų suma, tuo tarpu šią sumą daugindami iš laikotarpio palūkanų normos tuo pačiu gauname ir ”negautas” pajamas už sumą, kuri buvo paimta iš sąskaitos.

Naudodami apibrėžtus dydžius gauname, kad $B = A + C + I$, čia $C = \sum_t C_t$. Aišku, kad $I = B - A - C$, o kita vertus

$$I = rA + \sum_t C_t r_t,$$

čia laikotarpio $1-t$ palūkanų norma $r_t = (1-t)r$, o $r-$ paprastųjų palūkanų norma, kurią turime nustatyti.

Remdamiesi paskutiniąja pastaba ir kombinuodami ją su lygybe aukščiau gauname, kad

$$I = rA + \sum_t C_t r(1-t)$$

arba

$$r = \frac{I}{A + \sum_t C_t(1-t)}.$$

Pavyzdys Tarkime, kad firmos sąskaitos balanse yra 12000. Po dviejų mėnesių buvo panaudota 1600, o po 4 ir po to 7 mėnesių sąskaita buvo papildyta sumomis 1700 ir 1300 atitinkamai. Po 9 mėnesių buvo panaudota 1200. Metų pabaigoje sąskaitoje buvo 13000. Raskite IRR.

Turime

$$A = 12000, B = 13000, C_2^- = -1600,$$

$$C_4^+ = 1700, C_7^+ = 1300, C_9^- = -1200.$$

Tada remdamiesi sąryšiu $I = B - A - C$ gauname: $I = 13000 - (12000 - 1600 + 1700 + 1300 - 1200) = 800$.

Turime, kad

$$r = \frac{I}{A + \sum_t (1-t)C_t} = \frac{800}{12000 - \frac{10}{12}\cdot 1600 + \frac{8}{12}\cdot 1700 + \frac{5}{12}\cdot 1300 - \frac{3}{12}\cdot 1200}.$$

Formulę galima naudoti ir tada, kai žinomas sąskaitos balansai metų pradžioje ir pabaigoje, be to žinomos gautos palūkanos ir atliktos investicijos metų laikotarpyje. Šiuo atveju darome prielaidą, kad buvo gautos pajamos ir turėtos išlaidos buvo metų viduryje, t.y. $1-t = 0.5$.

Tada gauname tokią grąžos normos skaičiavimo formulę:

$$r = \frac{2I}{A + B - I}.$$

Pavyzdys Žinoma, kad metų pabaigoje sąskaitoje buvo 1500000, pabaigoje - 1680000. Palūkanų buvo gauta 160000, o investavimo kaštai sudarė - 15000. Raskite IRR.

Turime

$$A = 1500000, B = 1680000,$$

$$I = 160000 - 15000 = 145000.$$

Srauto laikotarpiai nėra žinomi. Padarę prielaidą, kad pinigų srautas pasiskirstęs tolygiai gauname

$$r = \frac{2\cdot 145000}{1500000 + 1680000 - 145000}.$$

Pastaba Nesunku suprasti, kad šį metodą galima taikyti ir ilgesniam negu vieneri metai laikotarpiui, jei tame laikotarpyje grąžos norma nėra didelė.

7.8 Vidutinės normos metodas

Nagrinėsime investavimo procesą, laiko intervale T, kurį sudaro atskiros laiko intervalų dalys $T = t_1 + \cdots + t_k$ ir kiekviename laiko intervale palūkanų normos yra $r_1, \ldots, r_k$, atitinkamai. Tada palūkanų normą $\overline{r}$, kuri laiko intervale T sukaupia tą pačią būsimąją vertę kaip ir normos laiko intervalais $t_1, \ldots, t_k$ kartu sudėjus, vadinsime šių k palūkanų normų vidurkiu.

Panagrinėkime šią problemą detaliau. Tarkime, kad turime k laiko intervalų $t_1, \dots, t_k$ su paprastosiomis palūkanų normomis $r_1, \dots r_k$. Tada būsimoji vertė

$$1 + T\overline{r} = 1 + \sum_{j=1}^{k} t_j r_j.$$

Iš pastarosios lygybės išplaukia, kad paprastųjų palūkanų normų vidurkis

$$\overline{r} = \frac{\sum\limits_{j=1}^{k} t_j r_j}{T}, \quad T = \sum_{j=1}^{k} t_j.$$

Tarkime, kad palūkanos sudėtinės. Tada samprotaudami analogiškai, tik laikydami, kad nominali palūkanų norma r_k yra perskaičiuojama m_k kartų gauname, kad

$$(1 + \overline{e_j})^T P = (\prod_{j=1}^{k} (1 + i_j)^{m_j t_j}) P.$$

Gauname, kad vidutinė efektyvioji norma

$$\overline{e}_f = \sqrt[T]{\prod_{j=1}^{k} (1 + i_j)^{m_j t_j}} - 1 = \sqrt[T]{(1 + i_1)^{m_1 t_1} \cdot \dots \cdot (1 + i_k)^{m_k t_k}} - 1, \quad T = \sum_{j=1}^{k} t_j.$$

Pavyzdys Tarkime, kad pirmuosius du metus palūkanų norma buvo 15 % , o sekančius trejus metus 20 % , o palūkanos sudėtinės. Raskime penkerių metų palūkanų normos vidurkį.

$$\overline{e}_f = \sqrt[5]{(1.15)^2 \cdot (1.2)^3} - 1 \approx 0.1797.$$

Tuo atveju, kai laiko intervalai vienodi, bet kiekviename laikotarpyje palūkanos skaičiuojamos nuo skirtingų verčių. Tada vidutinę laikotarpio palūkanų normą galime rasti tokiu būdu:

1) Paprastųjų palūkanų atveju

$$\sum_{j=1}^{k} (1 + t\overline{r}) P_j = \sum_{j=1}^{k} (1 + t i_j) P_j.$$

Tada

$$\overline{r} = \frac{\sum\limits_{j=1}^{k} i_j P_j}{\sum\limits_{j=1}^{k} P_j}.$$

2) Sudėtinių palūkanų atveju tarkime, kad i_k yra faktinė palūkanų norma atitinkanti k-ąjį laikotarpį, bet perskaičiuojama, tokiu pat dažnumu ir fiksuotas laikotarpis t apima perskaičiavimo periodų skaičių m_k, atitinkamai. Tarkime, kad kiekvieno šio laikotarpio pabaigoje esamas kapitalas keičiamas kitu. Bendras laiko intervalas yra $T = tk$ gauname. Tada laikotarpio t vidutinė faktinė norma yra

$$\overline{i}_f = \sqrt[t]{\frac{\sum\limits_{j=1}^{k} P_j (1 + i_j)^{t m_j}}{\sum\limits_{j=1}^{k} P_j}} - 1.$$

Pratybų uždaviniai

1. Akcinei bendrovei buvo pasiūlyta pasirinkti vieną iš dviejų alternatyvų. Pirmosios alternatyvos pasiūlymas: dabar investuoti 400000 ir po to tikėtina 100000 grąža po trejų metų, 500000 po ketverių ir 600000 po keturiolikos metų. Antroji alternatyva: gaunamos pajamos po 12000 kiekvieno mėnesio pabaigoje, keturiolika metų. Be to, kiekvienų metų pabaigoje tektų investuoti po 3000. Pateikite rekomendaciją, kurį investicinį projektą reikėtų pasirinkti. Rekomendacijas pateikite remiantis vidinės grąžos normos metodu taikant tiesinį (vidurio taško) metodą.

2. Investicinė bendrovė pasirinko projektą, kuris apibūdinamas tokiu būdu: pradžioje tenka investuoti 400000 ir žinoma, kad 8 metus, kiekvieno pusmečio pabaigoje bus gaunamos 80000 įplaukos ir pabaigoje gaunama papildoma 100000 premija. Taikydami Niutono metodą raskite projekto vidinės grąžos normą. Ar verta investuoti į šį projektą, jei alternatyviai investavus būtų galima gauti 8% palūkanų?

3. Verslininkas investavo 200000 ir vėliau kas ketvirtį, šešerius metus papildomi investuodavo po 50000. Naudodami tiesinį metodą raskite vidinę grąžos normą (du ženklus po kablelio), jei po septynerių metų, lygiai penkerius metus kas pusmetį gaudavo 500000 pajamas.

4. Bankas investavo 500000 į medžio plokščių gamyklą. Po to pradedant trečiaisias metais kas metus papildomai investuodavo po 300000 dar ketverius metus. Gamykla pradėjo dirbti ir po trejų metų investicijų grąža buvo 600000 kas pusmetį. Raskite modifikuotą vidinę grąžos normą, jei žinoma, kad gautas pajamas investuodavo su 8% palūkanomis. Be to po penkiolikos metų gamykla veiklą sustabdė, o pardavus šios gamyklos įrenginius bankui grįžo 100000 suma.

5. Verslininko sąskaitos balansas yra 200000. Jis dalyvavo investiciniame projekte, kuris rėmėsi tokiu pinigų srautu: po mėnesio išlaidoms buvo skirta 30000, po 3 mėnesių papildomai išleista 20000 po 5 mėnesių gautos 40000 pajamos ir po to 9 ir 11 mėnesių sąskaita buvo papildyta 7000 ir 18000 sumomis, atitinkamai. Metų pabaigoje sąskaitoje buvo 27000. Raskite projekto IRR.

6. Tarkime, kad firmos sąskaitos balanse yra 20000. Po dviejų mėnesių buvo panaudota 2600, o po 4 ir po to 7 mėnesių sąskaita buvo papildyta 1700 ir 1300, atitinkamai. Po 9 mėnesių buvo panaudota 1200. Metų pabaigoje sąskaitoje buvo 13000. Raskite sąskaitos grąžos normą.

7. Žinoma, kad metų pabaigoje sąskaitoje buvo 500000, pabaigoje - 780000. Palūkanų buvo gauta 60000, o investavimo kaštai sudarė - 35000. Raskite sąskaitos grąžos normą.

8. Nagrinėjame du investicinius pasiūlymus 12 metų laikotarpyje:

A: Tarkime, kad pirmuosius penkerius metus palūkanų norma buvo 7 % , o sekančius septynerius metus 11 % .

B: pirmus ketverius metus palūkanų norma buvo 10%, kitus ketverius metus 6% ir likusius ketverius metus- 12%. Įvertinkite projektus remdamiesi vidutinės normos metodu, jei:

a) palūkanos sudėtinės, perskaičiuojamos kas ketvirtį;

b) palūkanos paprastosios.

Uždaviniai savarankiškam darbui

1. Investicinė bendrovė turi rinktis tarp dviejų alternatyvų: alternatyvos A ir alternatyvos B. Pasirinkus alternatyvą A bus gaunama po 10000 kiekvienais metais, lygiai dešimt metų. Alternatyva B garantuoja, kad po trejų metų bus gaunamos 20000 pajamos, po šešerių metų 60000 pajamos ir po dešimties metų bus gaunamos 40000 pajamos.

Nustatykite, kurią alternatyvą būtų naudingiau pasirinkti, jei žinoma, kad palūkanų norma 14% .

Ats: Rinktis alternatyvą A. $NPV_A(0,14) = 52161$, $NPV_B(0,14) = 51624$.

2. Investuotojas renkasi tarp dviejų alternatyvų: alternatyvos A ir alternatyvos B. Pasirinkus alternatyvą A tektų pradžioje investuoti 70000, ir po to kas tris mėnesius gautų po 5000 lygiai devynerius metus. Tuo tarpu pasirinkus alternatyvą B teks iš pradžių investuoti 65000 ir vėliau aštuonerius metus, kas met, gautų po 260000. Nustatykite kurią alternatyvą būtų

ekonomiškiausia pasirinkti, jei žinoma, kad palūkanų norma bus 12% , o palūkanos perskaičiuojamos kas ketvirtį?

Ats: Rinktis alternatyvą A. Abiejų alternatyvų dabartinės vertės yra 39160 ir 35970 atitinkamai.

3. Įmonė svarsto tokią galimybę: Pakeitus senus įrenginius naujais, kainuotų 65000 dabar ir 40000 po penkerių metų. Tačiau pakeitus naujais kas pusmetį būtų sutaupoma po 80000, dešimt metų. Nustatykite ar verta keisti įrenginius, jei palūkanų norma 14%, o palūkanos perskaičiuojamos kas metus?

Ats: Verta, nes NPV(0,14)=508.

4. Investavus dabartiniu momentu 15000 į gamybos priemones, po dvylikos metų pardavus šias priemones bus gauta 2000 pajamų. Be to bus gaunamos tokios papildomos pajamos: 1,2,3 metais po 2000 kas metus; 4,5,6,7 metais po 5000 kas metus; 9,10,11,12 metais po 3000 kas metus.

Kokia projekto gynoji dabartinė vertė, jei pinigų vertė 18% ?

Ats: $NPV(0,18) = 1286$

5. Firma dalyvauja dešimties metų investiciniame projekte: kas metus, ketverius metus paeiliui tenka investuoti po 30000 sumą. Pasibaigus šiam investiciniam projektui firmai atitenka nekilnojamas turtas, kurio vertė 30000. Žinoma, kad po ketverių metų bus gautos 60000 pajamos, po penkerių metų 40000 pajamos ir likusius penkerius metus kas met bus gaunamos 20000 pajamos. Alternatyviai investavus būtų mokamos 14% palūkanos. Raskite šio projekto grynąją dabartinę vertę bei vidinę grąžos normą.

Ats: $NPV(0,14) = 404, \quad ROI \approx 16.$

6. Investicinis projektas pagrįstas pradiniu 4500000 įnašu. Šios investicijos grąža yra 1400000 metinės išmokos, kurios mokamos aštuonerius metus. Raskite pelningumo normą (vidinę grąžos normą).

Ats: $ROI \approx 26,3$

7. Įmonė investuoja į naują įrangą. Pradžioje tenka investuoti 10000, bet yra garantuojama dvylikos metų laikotarpyje grąža, po 2000 kas metus. Be to 12-tų metų pabaigoje įmonė gaus papildomas 40000 pajamas. Raskite projekto vidinę grąžos normą.

Ats: $ROI = 20\%$

8. Statybinė firma statydama biurų patalpas pirmaisiais metais investavo 500000 ir atnaujindama šiuos biurus po šešerių metų turės investuoti dar 300000. Tikimasi šias patalpas nuomoti dvylika metų ir manoma, kad po dvylikos metų šios patalpos bus vertos 1000000. Metinės pajamos iš šių patalpų sudaro 130000. Raskite šio investicinio projekto grynąją dabartinę vertę, dvylikos metų laikotarpyje, jei palūkanų norma 20%.

Ats: NPV(0,2)=-12150

9. Kompanija pajėgi finansuoti vieną investicinį projektą, o pasirinkti gali iš dviejų alternatyvų. Pirmosios alternatyvos pasiūlymas: 500000 grąža po penkerių metų, 600000 po septynerių ir 700000 po dvylikos metų. Antroji alternatyva: 1200 kiekvieno mėnesio pabaigoje dvylika metų. Pateikite rekomendaciją, kurį investicinį projektą reikėtų pasirinkti, jei žinoma, kad šio investicinio laikotarpio palūkanų norma 10%, palūkanos perskaičiuojamos kas mėnesį.

10. Investicinė bendrovė pasirinko projektą, kuris apibūdinamas tokiu būdu: pradžioje tenka investuoti 1200000 ir žinoma, kad 12 metų, kiekvieno pusmečio pabaigoje bus gaunamos 70000 įplaukos ir pabaigoje gaunama papildoma 100000 premija. Kokia šio projekto grynoji dabartinė vertė, jei palūkanų norma 14%? Ar šis investicinis projektas pelningas.

11. Verslininkas investavo 200000 ir vėliau kas ketvirtį, šešerius metus papildomi investuodavo po 50000. Naudodami tiesinį metodą raskite vidinę grąžos normą (du ženklus po kablelio), jei po septynerių metų, lygiai penkerius metus kas pusmetį gaudavo 250000 pajamas.

12. Bankas investavo 500000 į detalių gamyklą. Po to pradedant penktaisiais metais kas du metus papildomai investuodavo po 400000 dar ketverius metus. Gamykla pradėjo dirbti ir po trejų metų investicijų grąža buvo 200000 kas pusmetį. Raskite vidinę grąžos normą, jei žinoma, kad po penkiolikos metų gamykla bankrutavo, o pardavus šios gamyklos įrenginius bankui grįžo

100000 suma.

13. Investavus po 250000 kas pusantrų metų, yra gaunamos kasmetinės 300000 pajamos. Investicinis projektas penkiolikai metų. Palūkanos perskaičiuojamos kas ketvirtį.

1) Raskite modifikuotą vidinę grąžos normą;

2) Raskite faktinę modifikuotą pelno (grąžos) normą, jei pajamos investuojamos su 10% palūkanų norma, kurios perskaičiuojamos kas pusmetį.

14. Investicinės firmos sąskaitos balanse yra 500000. Po mėnesio buvo investuota 40000 ir po 4 mėnesių papildomai 80000. Tuo tarpu po 3, 5 ir po to 9 mėnesių firma gavo 90000, 40000 ir 70000 įplaukas, atitinkamai. Po 11 mėnesių buvo panaudota 30000. Metų pabaigoje, sąskaitoje buvo 630000. Raskite apytikslę IRR (vidinę grąžos normą).

15. Draudimo kompanijos sąskaitoje metų pradžioje buvo 600000, pabaigoje - 890000. Palūkanų buvo gauta 100000, o investavimo kaštai sudarė - 15000. Raskite IRR.

16. Tarkime, kad pirmą puemetį pusmetį pal. norma buvo 14% , kitus tris mėn. norma - 16% , dar keturis mėn. 10% , 5 mėn - 8% ir paskutinius 9 mėn. 6% . Palūkanos paprastos. Raskite vidutinę metinę palūkanų normą.

Ats: 9,8%

17. Tarkime, kad buvo investuojama tokiu būdu: pirmus keturis mėn, su 10% palūkanų norma, kurios perskaičiuojamos kas keturis mėnesius, sekantį pusmetį- su 16% palūkanų norma, kurios perskaičiuojamos kas mėnesį, sekančius 9 mėn, su 14% palūkanų norma, kurios perskaičiuojama kas pusmetį ir paskutinius 14 mėn, su 6% palūkanų norma, kurios perskaičiuojama kas du mėnesius. Raskite vidutinę sudėtinių palūkanų normą.

Ats: 10,8%.

Privalomos namų darbų užduotys

1. Kompanija pajėgi finansuoti vieną investicinį projektą, o pasirinkti gali iš dviejų alternatyvų. Pirmosios alternatyvos pasiūlymas: 500000 grąža po penkerių metų, 600000 po septynerių ir 700000 po dvylikos metų. Antroji alternatyva: 1200 kiekvieno mėnesio pabaigoje dvylika metų. Pateikite rekomendaciją, kurį investicinį projektą reikėtų pasirinkti, jei žinoma, kad šio investicinio laikotarpio palūkanų norma 10%, palūkanos perskaičiuojamos kas mėnesį.

2. Investicinė bendrovė pasirinko projektą, kuris apibūdinamas tokiu būdu: pradžioje tenka investuoti 1200000 ir žinoma, kad 12 metų, kiekvieno pusmečio pabaigoje bus gaunamos 70000 įplaukos ir pabaigoje gaunama papildoma 100000 premija. Kokia šio projekto grynoji dabartinė vertė, jei palūkanų norma 14%? Ar šis investicinis projektas pelningas.

3. Verslininkas investavo 200000 ir vėliau kas ketvirtį, šešerius metus papildomi investuodavo po 50000. Naudodami tiesinį metodą raskite vidinę grąžos normą (du ženklus po kablelio), jei po septynerių metų, lygiai penkerius metus kas pusmetį gaudavo 250000 pajamas.

4. Bankas investavo 500000 į detalių gamyklą. Po to pradedant penktaisiais metais kas du metus papildomai investuodavo po 400000 dar ketverius metus. Gamykla pradėjo dirbti ir po trejų metų investicijų grąža buvo 200000 kas pusmetį. Naudodami Niutono metodą raskite vidinę grąžos normą, jei žinoma, kad po penkiolikos metų gamykla bankrutavo, o pardavus šios gamyklos įrenginius bankui grįžo 100000 suma.

5. Investavus po 250000 kas pusantrų metų, yra gaunamos kasmetinės 300000 pajamos. Investicinis projektas penkiolikai metų. Palūkanos perskaičiuojamos kas ketvirtį. Naudodami Niutono bei tiesinį metodus raskite projekto vidinę grąžos normą.

6. Investicinės firmos sąskaitos balanse yra 500000. Po mėnesio buvo investuota 40000 ir po 4 mėnesių papildomai 80000. Tuo tarpu po 3, 5 ir po to 9 mėnesių firma gavo 90000, 40000 ir 70000 įplaukas atitinkamai. Po 11 mėnesių buvo panaudota 30000. Metų pabaigoje sąskaitoje buvo 630000. Raskite apytikslę IRR (vidinę grąžos normą).

7. Draudimo kompanijos sąskaitoje metų pradžioje buvo 600000, pabaigoje - 890000. Palūkanų buvo gauta 100000, o investavimo kaštai sudarė - 15000. Raskite IRR.

8. Investavus po 50000 kas pusantrų metų, yra gaunamos kasmetinės 600000 pajamos. Investicinis projektas dešimčiai metų. Palūkanos perskaičiuojamos kas ketvirtį.

1) Raskite modifikuotą vidinę grąžos normą;

2) Raskite faktinę modifikuotą pelno (grąžos) normą, jei pirmus penkerius metus pajamos investuojamos su 10% palūkanų norma, kurios perskaičiuojamos kas pusmetį, o likusius metus investuojamos su 8% efektyviąją palūkanų norma.

Mokėti skaičiuoti:

Pinigų srautų dabartines vertes, buhalterinį srauto balansą, projekto grąžos normą, parametrus, kuriais remiantis lyginami investiciniai projektai (dabartinę vertę, projekto vidinė grąžos normą, modifikuotą grąžos normą , vidutinę pelno normą.